Inhalt der Lösungen zur Prüfung 2019:

Lösungen zur Prüfung 2019: Pflichtbereich

Aufgabe P1:

Lösungsübersicht:

Für den Umfang des Vierecks EBCF gilt: $u = \overline{BE} + \overline{BC} + \overline{CF} + \overline{EF}$, wobei $\overline{EF} = 7{,}2$ cm bereits angegeben ist.

• Die Strecke $\overline{BE}$ kann im Dreieck ABE mit der Sinusfunktion berechnet werden, wenn man den Winkel ε_2 kennt (siehe Figur 1). Für ε_2 gilt: $\varepsilon_2 + 90° + \varepsilon_1 = 180°$. Den Winkel ε_1 erhält man mit der Summe der Innenwinkel des Dreiecks DEF.

• Für die Strecke $\overline{BC}$ gilt: $\overline{BC} = \overline{AE} + \overline{DE}$. Die Strecke $\overline{AE}$ kann im Dreieck ABE mit der Tangens- oder Kosinusfunktion berechnet werden (siehe Figur 2). Die Strecke $\overline{DE}$ erhält man mit der Sinus- oder Kosinusfunktion im Dreieck DEF (siehe Figur 2).

• Für die Strecke $\overline{CF}$ gilt: $\overline{CF} = \overline{CD} - \overline{DF}$, wobei $\overline{CD} = \overline{AB} = 6{,}6$ cm gilt (siehe Figur 1).

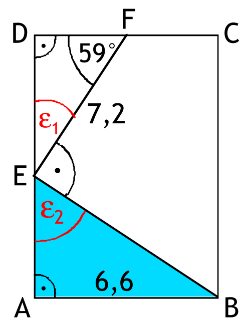
Die Strecke $\overline{DF}$ kann im Dreieck DEF mit der Kosinusfunktion berechnet werden (siehe Figur 2).

Tipp: *Wenn Sie überhaupt keinen Lösungsansatz erkennen, sollten Sie zuerst im Dreieck DEF die Strecken $\overline{DE}$ und $\overline{DF}$ berechnen und den fehlenden Winkel $\varepsilon_1 = 90° - 59° = 31°$ eintragen.*

Berechnung des Umfangs des Vierecks EBCF:

Für den Umfang des Vierecks EBCF gilt: $u = \overline{BE} + \overline{BC} + \overline{CF} + \overline{EF}$

Und mit $\overline{EF} = 7{,}2$ cm: $\mathbf{u = \overline{BE} + \overline{BC} + \overline{CF} + 7{,}2\ cm}$



Figur 1

→ Berechnung der Strecke $\overline{BE}$:

Im Dreieck ABE gilt (siehe Figur 1):

$$\sin \varepsilon_2 = \frac{6{,}6}{\overline{BE}}$$

Für ε_2 gilt: $\varepsilon_2 + 90° + \varepsilon_1 = 180°$. Den Winkel ε_1 erhält man mit der Summe der Innenwinkel des Dreiecks DEF:

$$\varepsilon_1 + 59° + 90° = 180°$$
$$\Leftrightarrow \quad \varepsilon_1 + 149° = 180° \quad | -149°$$
$$\Leftrightarrow \quad \varepsilon_1 = 31°$$

Damit folgt für ε_2:

$$\varepsilon_2 + 90° + 31° = 180°$$
$$\Leftrightarrow \quad \varepsilon_2 + 121° = 180° \quad | -121°$$
$$\Leftrightarrow \quad \varepsilon_2 = 59°$$

Einsetzen in $\sin \varepsilon_2 = \frac{6{,}6}{\overline{BE}}$ ergibt:

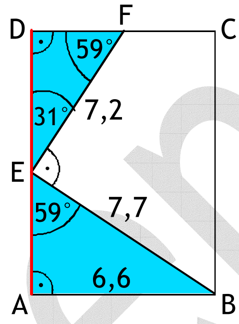
$$\sin 59° = \frac{6{,}6}{\overline{BE}} \quad | \cdot \overline{BE}$$
$$\Leftrightarrow \quad \sin 59° \cdot \overline{BE} = 6{,}6 \quad | : \sin 59°$$
$$\Leftrightarrow \quad \mathbf{\overline{BE} = 7{,}70\ cm}$$

Lösungen zur Prüfung 2019: Pflichtbereich

→ <u>Berechnung der Strecke $\overline{BC}$:</u>

Für die Strecke $\overline{BC}$ gilt: $\overline{BC} = \overline{AE} + \overline{DE}$

Die Strecke $\overline{AE}$ kann im Dreieck ABE mit der Tangens- oder mit der Kosinusfunktion berechnet werden.
Es gilt (siehe Figur 2):



Figur 2

$$\cos 59° = \frac{\overline{AE}}{7{,}7} \quad | \cdot 7{,}7$$

$\Leftrightarrow \quad 3{,}97 = \overline{AE}$ bzw. $\overline{AE} = 3{,}97$ cm

Die Strecke $\overline{DE}$ erhält man mit der Sinusfunktion im Dreieck DEF. Es gilt (siehe Figur 2):

$$\sin 59° = \frac{\overline{DE}}{7{,}2} \quad | \cdot 7{,}2$$

$\Leftrightarrow \quad 6{,}17 = \overline{DE}$ bzw. $\overline{DE} = 6{,}17$ cm

Damit ist $\overline{\mathbf{BC}}$ = 3,97 cm + 6,17 cm = **10,14 cm**

→ <u>Berechnung der Strecke $\overline{CF}$:</u>

Für die Strecke $\overline{CF}$ gilt (siehe Figur 2): $\overline{CF} = \overline{CD} - \overline{DF}$

Mit $\overline{CD} = \overline{AB}$ = 6,6 cm folgt: $\overline{CF}$ = 6,6 cm – $\overline{DF}$

Die Strecke $\overline{DF}$ kann im Dreieck DEF mit der Kosinusfunktion berechnet werden. Es gilt:

$$\cos 59° = \frac{\overline{DF}}{7{,}2} \quad | \cdot 7{,}2$$

$\Leftrightarrow \quad 3{,}71 = \overline{DF}$ bzw. $\overline{DF}$ = 3,71 cm. Damit ist $\overline{\mathbf{CF}}$ = 6,6 cm – 3,71 cm = **2,89 cm**.

Einsetzen von $\overline{BE}$ = 7,70 cm, $\overline{BC}$ = 10,14 cm und $\overline{CF}$ = 2,89 cm in u = $\overline{BE} + \overline{BC} + \overline{CF}$ + 7,2 cm ergibt:

u = 7,70 cm + 10,14 cm + 2,89 cm + 7,2 cm = 27,93 cm

<u>**Ergebnis:**</u> Das Viereck EBCF hat den Umfang <u>**u = 27,93 cm**</u>.

Aufgabe P2:

<u>**Lösungsübersicht:**</u>

Für den Flächeninhalt des Trapezes ABEF gilt: $A_{ABEF} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{EF}) \cdot \overline{AF}$, mit der Trapezhöhe $\overline{AF}$.

- Die Strecke $\overline{EF}$ kann im Dreieck CFE mit der Sinusfunktion berechnet werden (siehe Figur 1).
- Für die Strecke $\overline{AB}$ gilt: $\overline{AB} = \overline{EF} + \overline{DE}$, mit $\overline{DE}$ = 5,1 cm (siehe Figur 1).
- Für die Strecke $\overline{AF}$ gilt: $\overline{AF} = \overline{BD}$. Die Strecke $\overline{BD}$ kann im Dreieck BDE mit der Tangensfunktion berechnet werden, wenn man den Winkel ε_2 kennt (siehe Figur 2). Der Winkel ε_2 ist der Scheitelwinkel von ε_1, sodass gilt: $\varepsilon_2 = \varepsilon_1$. Der Winkel ε_1 wiederum kann mit der Summe der Innenwinkel des Dreiecks CFE bestimmt werden (siehe Figur 2).

Tipp: *Wenn Sie überhaupt keinen Lösungsansatz erkennen, sollten Sie zuerst im rechtwinkligen Dreieck CFE alle fehlenden Strecken und den Winkel ε_1 bestimmen.*

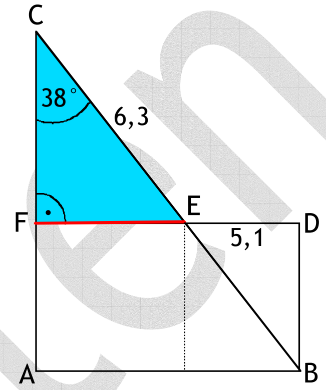
Lösungen zur Prüfung 2019: Pflichtbereich

Für den Flächeninhalt des Trapezes ABEF gilt (siehe Formelsammlung):

$A_{ABEF} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{EF}) \cdot \overline{AF}$, mit der Trapezhöhe $\overline{AF}$

→ Berechnung der Strecke $\overline{EF}$:

Die Strecke $\overline{EF}$ kann im rechtwinkligen Dreieck CFE mit der Sinusfunktion berechnet werden (siehe Figur 1). Es gilt:



Figur 1

$$\sin 38° = \frac{\overline{EF}}{6{,}3} \quad | \cdot 6{,}3$$

$$\Leftrightarrow \quad 3{,}88 = \overline{EF} \text{ bzw. } \mathbf{\overline{EF} = 3{,}88\ cm}$$

→ Berechnung der Strecke $\overline{AB}$:

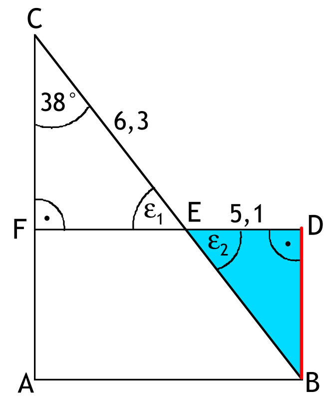
Für die Strecke $\overline{AB}$ gilt (siehe Figur 1):

$\overline{AB} = \overline{EF} + 5{,}1$ cm. Mit $\overline{EF} = 3{,}88$ cm (siehe oben) folgt:

$\overline{AB}$ = 8,98 cm

→ Berechnung der Strecke $\overline{AF}$:

Für die Strecke $\overline{AF}$ gilt: $\overline{AF} = \overline{BD}$. Die Strecke $\overline{BD}$ kann im Dreieck BDE mit der Tangensfunktion berechnet werden.



Figur 2

Es gilt (siehe Figur 2): $\tan \varepsilon_2 = \frac{\overline{BD}}{5{,}1}$

Der Winkel ε_2 ist der Scheitelwinkel von ε_1. Es gilt also: $\varepsilon_2 = \varepsilon_1$. Den Winkel ε_1 erhält man mit der Summe der Innenwinkel im Dreieck CFE. Darin gilt:

$\varepsilon_1 + 38° + 90° = 180° \Leftrightarrow \varepsilon_1 + 128° = 180° \Leftrightarrow \varepsilon_1 = 52°$

Damit ist auch $\varepsilon_2 = 52°$. Einsetzen in $\tan \varepsilon_2 = \frac{\overline{BD}}{5{,}1}$ ergibt:

$$\tan 52° = \frac{\overline{BD}}{5{,}1} \quad | \cdot 5{,}1$$

$$\Leftrightarrow \quad 6{,}53 = \overline{BD} \text{ bzw. } \overline{BD} = 6{,}53 \text{ cm}$$

Damit gilt ebenfalls: **$\overline{AF}$ = 6,53 cm**

Einsetzen von $\overline{EF} = 3{,}88$ cm, $\overline{AB} = 8{,}98$ cm und $\overline{AF} = 6{,}53$ cm in $A_{ABEF} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{EF}) \cdot \overline{AF}$ ergibt:

$A_{ABEF} = \frac{1}{2}(8{,}98 \text{ cm} + 3{,}88 \text{ cm}) \cdot 6{,}53 \text{ cm} = \mathbf{42{,}0\ cm^2}$

Ergebnis: Der Flächeninhalt des Trapezes ABEF beträgt **$A_{ABEF} = 42{,}0\ cm^2$**.