Inhalt der Lösungen zur Prüfung 2023:

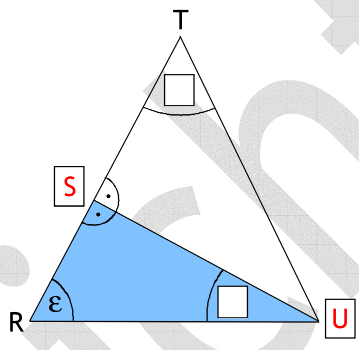
Teil A_1 und A_2 - Pflichtteil:

Teil B - Wahlteil:

Lösungen zur Prüfung 2023: Pflichtteil A1

Aufgabe 1:

Fehlende Punkte und Winkel in der Abbildung:

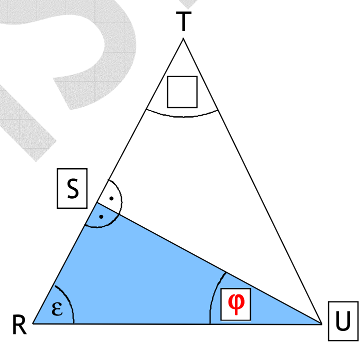


Figur 1

- Die Gleichung $\sin\varepsilon = \frac{\overline{SU}}{\overline{RU}}$ muss sich auf das markierte rechtwinklige Dreieck der Figur 1 beziehen, weil der Winkel ε in keinem anderen rechtwinkligen Dreieck vorkommt.

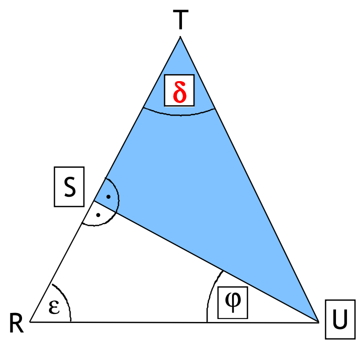
Wegen $\sin\varepsilon = \frac{\overline{SU}}{\overline{RU}} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$ muss die Seite $\overline{RU}$ die Hypotenuse sein. Daraus folgt die Lage des Punktes **U** (siehe Figur 1).

Die Gegenkathete ist vom Winkel ε aus betrachtet die Seite $\overline{SU}$. Die dritte Ecke des markierten Dreiecks der Figur 1 muss daher **S** sein.



Figur 2

- Wegen $\cos\varphi = \frac{\overline{SU}}{\overline{RU}} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$ muss der fehlende Winkel im Dreieck RUS der **Winkel φ** sein (siehe Figur 2).



Figur 3

- Die Gleichung $\tan\delta = \frac{\overline{SU}}{\overline{ST}} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$ stimmt nur, wenn der fehlende Winkel im Dreieck UTS der **Winkel δ** bei T ist (siehe Figur 3).

$\overline{SU}$ ist im Dreieck UTS von δ aus betrachtet die Gegenkathete.
$\overline{ST}$ ist im Dreieck UTS von δ aus betrachtet die Ankathete.

Aufgabe 2:

a) Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „Augensumme ungerade“:

Auf jedem Würfel gibt es 3 ungerade und 3 gerade Augenzahlen. Die Augensumme der beiden geworfenen Augenzahlen ist dann ungerade, wenn auf einem Würfel eine ungerade Augenzahl (u) erscheint und auf dem anderen eine gerade Augenzahl (g). Das sind die Ergebnisse **(u; g)** und **(g; u)**.
(Hinweis: In dieser Schreibweise steht der linke Buchstabe für die Augenzahl des linken Würfels und der rechte Buchstabe für die Augenzahl des rechten Würfels.)
Für die Wahrscheinlichkeiten dieser Ergebnisse gilt:

P(u; g) $= \frac{3}{6}\cdot\frac{3}{6} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \mathbf{\frac{1}{4}}$ und **P(g; u)** $= \frac{3}{6}\cdot\frac{3}{6} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \mathbf{\frac{1}{4}}$

Mit der Summenregel folgt: **P(Augensumme ungerade)** $= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \mathbf{\frac{1}{2}}$

Ergebnis: Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „Augensumme ungerade“ ist $\mathbf{\frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\ \%}$.

Lösungen zur Prüfung 2023: Pflichtteil A1

b) Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „Augensumme kleiner als 4“:

Die Augensumme ist dann kleiner als 4, wenn folgende Ergebnisse auftreten: **(1; 1); (1; 2)** und **(2; 1)**.
(Hinweis: In dieser Schreibweise steht die linke Zahl für die Augenzahl des linken Würfels und die rechte Zahl für die Augenzahl des rechten Würfels.)

Für die Wahrscheinlichkeiten dieser Ergebnisse gilt:

$\mathbf{P(1;\,1)} = \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} = \mathbf{\frac{1}{36}}$ und $\mathbf{P(1;\,2)} = \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} = \mathbf{\frac{1}{36}}$ und $\mathbf{P(2;\,1)} = \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} = \mathbf{\frac{1}{36}}$

Mit der Summenregel folgt:

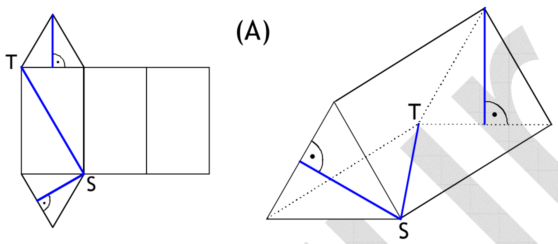
$\mathbf{P(\text{Augensumme kleiner 4})} = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{3}{36} = \mathbf{\frac{1}{12}}$

Ergebnis: Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „Augensumme kleiner 4“ ist $\underline{\mathbf{\frac{1}{12}}}$.

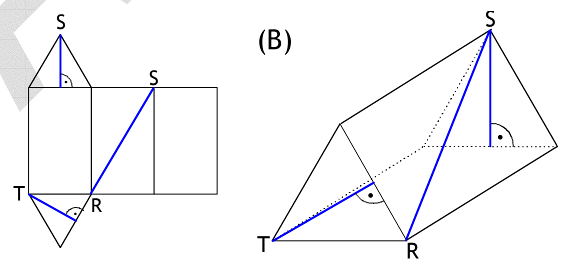
Aufgabe 3:

Das Netz mit dem richtigen Streckenzug:

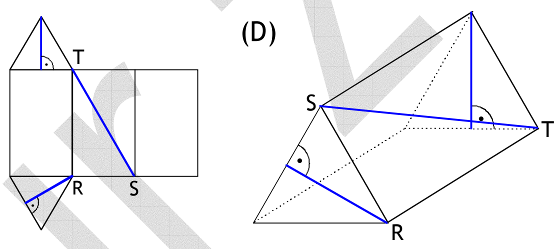
Die Netze A, B und D scheiden allein schon deshalb aus, weil der Streckenzug auf den zugehörigen Prismen nicht durchgängig ist (siehe Figuren 1; 2 und 3). Der Streckenzug ist daher allein auf dem Netz (C) richtig abgebildet (siehe Figur 4).



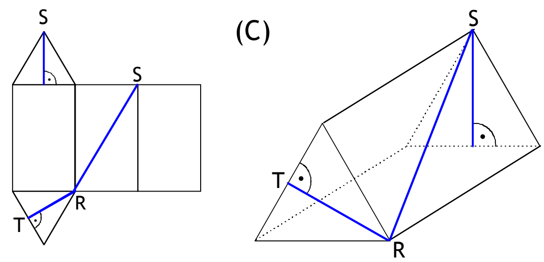
Figur 1: Netz (A) und das zugehörige Prisma



Figur 2: Netz (B) und das zugehörige Prisma



Figur 3: Netz (D) und das zugehörige Prisma



Figur 4: Netz (C) und das zugehörige Prisma

Ergebnis: Der Streckenzug ist auf dem **Netz (C)** richtig abgebildet.

Lösungen zur Prüfung 2023: Pflichtteil A1

Aufgabe 4:

Die Parabel, die die x-Achse zweimal schneidet:

Variante 1: grafische Begründung

Man muss beachten, ob die jeweilige Parabel nach oben oder nach unten geöffnet ist. Wenn man dann noch die Lage des Scheitelpunkts kennt, kann man abschätzen, wie oft die Parabel die x-Achse schneidet. Man erhält dabei:

- **Parabel p_1:** $y = (x+3)^2 = (x+3)^2 + 0$. Der Scheitelpunkt ist **$S_1(-3|0)$.**

Der Scheitelpunkt liegt also auf der x-Achse. Das heißt, die Parabel p_1 hat nur einen Punkt mit der x-Achse gemeinsam - unabhängig davon, ob sie nach oben oder unten geöffnet ist.

(Hinweis: p_1 ist nach oben geöffnet.)

- **Parabel p_2:** $y = -\frac{1}{3}x^2 - 3$ hat den Scheitelpunkt **$S_2(0|-3)$** und ist nach unten geöffnet.

Weil der Scheitelpunkt $S_2(0|-3)$ unterhalb der x-Achse liegt und die Parabel p_2 nach unten geöffnet ist, schneidet die Parabel p_2 die x-Achse überhaupt nicht.

(Hinweis: Die Parabel p_2 ist nach unten geöffnet, weil vor „$\frac{1}{3}x^2$" ein Minuszeichen steht.)

- **Parabel p_3:** $y = (x-3)^2 - 3$ hat den Scheitelpunkt **$S_3(3|-3)$** und ist nach oben geöffnet.

Der Scheitelpunkt liegt also unterhalb der x-Achse. Und weil die Parabel p_3 nach oben geöffnet ist, schneidet sie die x-Achse zweimal.

(Hinweis: Die Parabel p_1 ist nach oben geöffnet, weil vor der Quadratklammer kein Vorzeichen bzw. ein „unsichtbares" Plus steht.)

Ergebnis: Die **Parabel p_3** schneidet die x-Achse zweimal.

Variante 2: rechnerische Begründung (etwas aufwändiger)

Indem man jeweils für **y = 0** setzt, kann man die Nullstellen bzw. deren Anzahl berechnen.
Man erhält:

- **Parabel p_1:** $0 = (x+3)^2 \Leftrightarrow 0 = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow x_{1,2} = -\frac{6}{2} \pm \sqrt{3^2 - 9} = -\frac{6}{2} \pm \sqrt{0} = -3.$

Weil die Diskriminante D = 0 ist, gibt es nur **1 Lösung**; nämlich $x_1 = -3$.

- **Parabel p_2:** $0 = -\frac{1}{3}x^2 - 3 \Leftrightarrow -9 = x^2$. Diese Gleichung hat **keine Lösung**, weil die Quadratwurzel einer negativen Zahl (hier $\sqrt{-9}$) nicht definiert ist.

- **Parabel p_3:** $0 = = (x-3)^2 - 3 \Leftrightarrow 0 = x^2 - 6x + 9 - 3 \Leftrightarrow 0 = x^2 - 6x + 6$

$\Rightarrow x_{1,2} = -\frac{(-6)}{2} \pm \sqrt{3^2 - 6} = 3 \pm \sqrt{3}$.

Weil die Diskriminante D > 0 ist, gibt es **2 Lösungen**; nämlich $x_1 = 3 + \sqrt{3}$ und $x_2 = 3 - \sqrt{3}$.

Ergebnis: Somit schneidet nur die **Parabel p_3** die x-Achse zweimal.