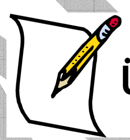
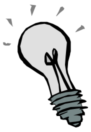
Rationale Zahlen:

Inhalt:

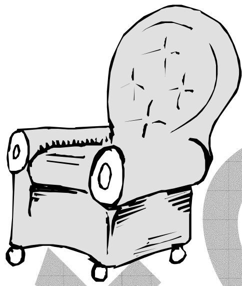
Die vorliegenden Folienvorlagen enthalten folgende Elemente:

 **Beispiel:**	Anhand von Beispielen werden neue Regeln, Definitionen und Kenntnisse eingeführt. Die Aufgaben in den Beispielen sind meist so gestellt, dass sie von den Schülerinnen und Schülern auch selbstständig bearbeitet werden können.
Merke: 	Die *„Merkekästen"* stehen meist im Anschluss an ein einführendes Beispiel und fassen wichtige Regeln, Definitionen und Kenntnisse zusammen. Sie sollten von den Schülerinnen und Schülern unbedingt abgeschrieben werden.
 **Übung:**	Hier können die Schülerinnen und Schüler die gelernten Regeln und Kenntnisse üben und festigen. Im Anschluss an die Übungsaufgaben finden Sie jeweils die ausführlichen Lösungen dazu.

1. Negative Zahlen



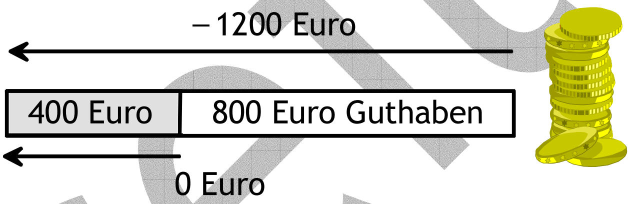
Beispiel 1:

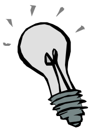


Familie Schreiner möchte sich für 1200 Euro neue Möbel kaufen. Auf ihrem Konto sind aber nur 800 Euro. Wie viel Schulden muss Familie Schreiner machen ?

Lösung:

Zu 1200 Euro fehlen Familie Schreiner noch 400 Euro, die sie als Schulden aufnehmen muss: Auf dem Konto sind dann 400 Euro Schulden.

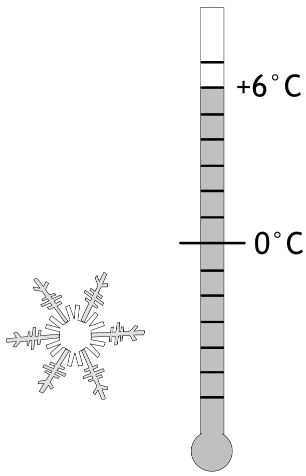




Beispiel 2:

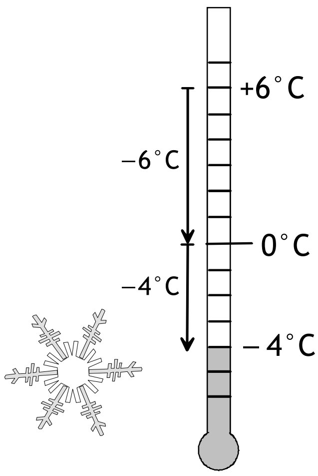
Bei einem Kälteeinbruch im Winter fällt die Temperatur von bisher +6°C um 10°C nach unten.

Wie kalt wird es ?



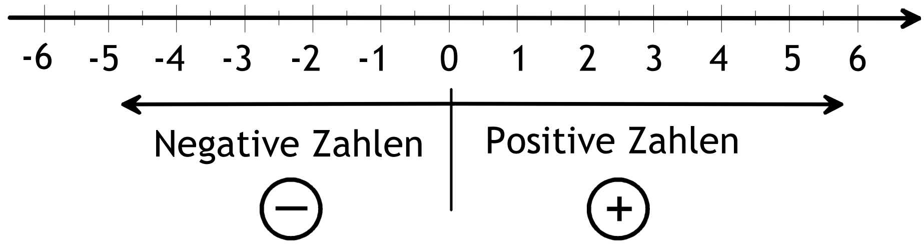
Lösung:

Bis zum Gefrierpunkt (0°C) fällt das Thermometer um 6°C. Wenn die Temperatur insgesamt um 10°C sinkt, muss sie um weitere 4°C sinken.
Sie liegt dann bei –4°C.



Merke:

Außer den positiven Zahlen gibt es noch die **negativen Zahlen**. Sie liegen auf dem Zahlenstrahl links vom Nullpunkt. Man erhält sie, indem man die positiven Zahlen am Nullpunkt spiegelt.

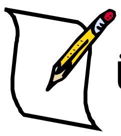


Negative Zahlen werden durch das Minuszeichen „–“ gekennzeichnet. Zum Beispiel „–5“ (sprich: „minus fünf“).

Hat eine Zahl kein Vorzeichen, ist sie positiv. Zum Beispiel: 4 = +4

Je weiter links eine Zahl auf dem Zahlenstrahl liegt, umso kleiner ist sie. Spiegelt man eine Zahl an der 0, erhält man ihre **Gegenzahl**.

Den Abstand einer Zahl zum Ursprung nennt man den **Betrag** dieser Zahl. Man kennzeichnet den Betrag einer Zahl durch die Betragsstriche. Z.B.: $|+7| = 7$ oder $|-12| = 12$



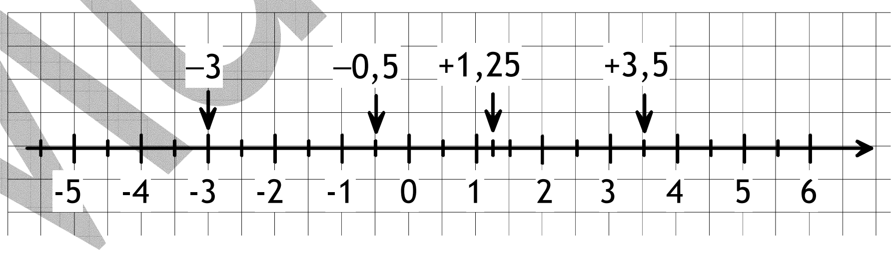
Übung:

a) Trage die Zahlen +1,25 ; +3,5 ; –3 ; –0,5 auf einen geeigneten Zahlenstrahl ein und ordne sie der Größe nach. Beginne mit der kleinsten Zahl.

b) Gib jeweils den Betrag und die Gegenzahl an.

Lösung:

a) Es gilt: $-3 < -0{,}5 < +1{,}25 < +3{,}5$



b) $|-3| = 3$; die Gegenzahl von –3 ist +3.

$|-0{,}5| = 0{,}5$; die Gegenzahl von –0,5 ist +0,5.

$|+1{,}25| = 1{,}25$; die Gegenzahl von +1,25 ist –1,25.

$|+3{,}5| = 3{,}5$; die Gegenzahl von +3,5 ist –3,5.

2. Natürliche, ganze und rationale Zahlen

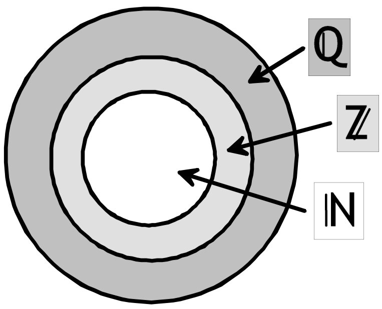
Merke:

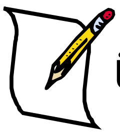
Alle positiven ganzen Zahlen und die 0 bilden die Menge der **natürlichen Zahlen IN.**

Die Menge ℤ der **ganzen Zahlen** umfasst neben den natürlichen Zahlen alle negativen ganzen Zahlen:

… , -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ….

Nimmt man zur Menge ℤ noch alle positiven und negativen Brüche und Dezimalzahlen hinzu, erhält man die Menge ℚ der **rationalen Zahlen**. Die Menge ℚ beinhaltet also die Mengen ℤ und IN. In der Menge ℤ ist gleichzeitig die Menge IN enthalten.





Übung:

a) Ordne die Zahlen den richtigen Zahlenmengen zu: $1{,}5\ ;\ -3\ ;\ \frac{3}{4}\ ;\ +0{,}25\ ;\ \frac{8}{2}\ ;\ -\frac{21}{3}$

b) Entscheide, ob die Aussagen wahr oder falsch sind:

(1) „Die Zahl $-7{,}0$ ist eine rationale Zahl aber keine ganze Zahl."

(2) „Die Zahl $-\frac{15}{3}$ ist eine rationale und eine ganze Zahl, aber keine natürliche Zahl."

Lösung:

a) Menge der natürlichen Zahlen: $\frac{8}{2}$ wegen $\frac{8}{2} = 4$

Menge der ganzen Zahlen: $-3\ ;\ \frac{8}{2} = 4$ und $-\frac{21}{3} = -7$

Menge der rationalen Zahlen: $1{,}5\ ;\ -3\ ;\ \frac{3}{4}\ ;\ +0{,}25\ ;\ \frac{8}{2}\ ;\ -\frac{21}{3}$

b) Die Aussage (1) ist falsch, denn wegen $-7{,}0 = -7$ ist $-7{,}0$ auch eine ganze Zahl.

Die Aussage (2) ist wegen $-\frac{15}{3} = -5$ richtig.

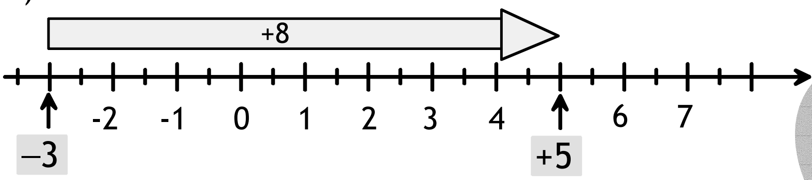
3. Addition und Subtraktion rationaler Zahlen

Beispiel:

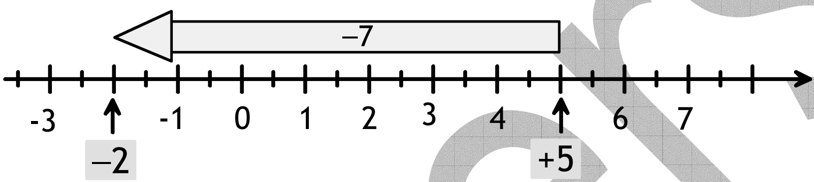
Überlege dir jeweils, wie man die Rechnung auf einem Zahlenstrahl veranschaulichen könnte, und gib das Ergebnis an: a) $-3 + 8 =$ b) $+5 - 7 =$

Lösung:

a) $-3 + 8 = +5$

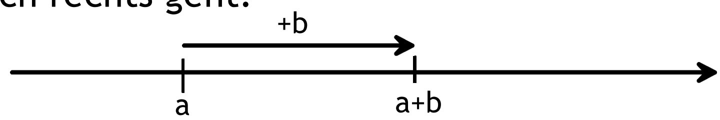


b) $+5 - 7 = -2$

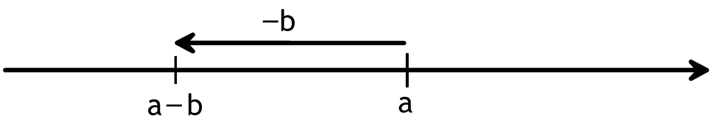


Merke:

Man **addiert** auf dem Zahlenstrahl eine positive Zahl b zu einer Zahl a, indem man von a aus um b Längeneinheiten nach rechts geht.



Man **subtrahiert** auf dem Zahlenstrahl eine positive Zahl b von einer Zahl a, indem man von a aus um b Längeneinheiten nach links geht.



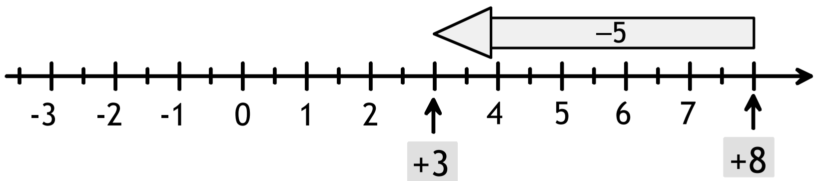
Übung 1:

Bestimme das Ergebnis jeweils mithilfe eines Zahlenstrahls.

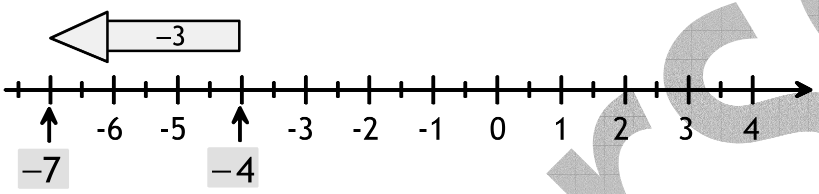
a) +8 – 5 = b) –4 – 3 = c) +4 – 7 = d) –2 + 6 =

Lösung:

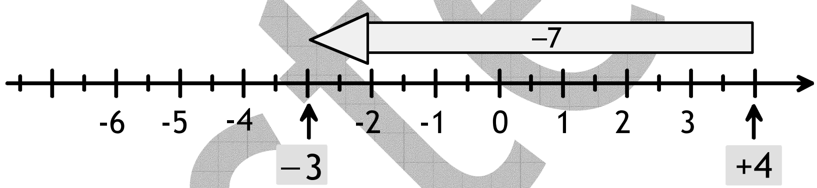
a) +8 – 5 = +3



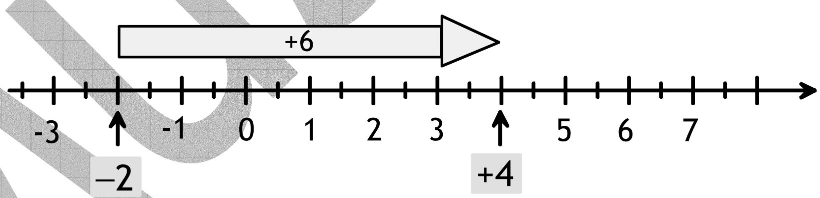
b) –4 – 3 = –7

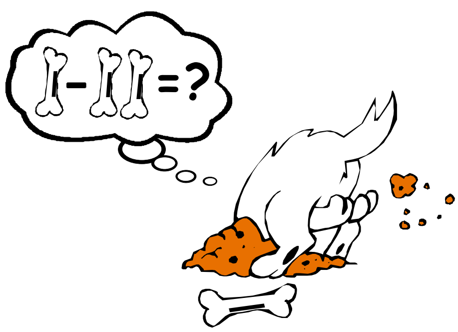


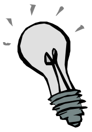
c) +4 – 7 = –3



d) –2 + 6 = +4







Beispiel 2:

a) Überlege dir eine Regel, wie man in den Rechenausdrücken

$+8 - 5 = \mathbf{+3}$; $-4 - 3 = \mathbf{-7}$; $+4 - 7 = \mathbf{-3}$ und $-2 + 6 = \mathbf{+4}$

ohne die Benutzung eines Zahlenstrahls das *Vorzeichen* des Ergebnisses bestimmen kann.

b) Mit welcher Regel erhält man dann den *Betrag* des Ergebnisses ?

Lösung:

a)

Das Ergebnis hat immer das Vorzeichen, das im Rechenausdruck vor dem größeren Zahlzeichen steht:

$+8 - 5 = \mathbf{+3}$;

$-4 - 3 = \mathbf{-7}$;

$+4 - 7 = \mathbf{-3}$;

$-2 + 6 = \mathbf{+4}$;

b)

- Steht vor beiden Zahlzeichen das **gleiche Vor- bzw. Rechenzeichen**, erhält man den Betrag des Ergebnisses, indem man beide Zahlzeichen addiert.

Zum Beispiel: $-4 - 3 = -(4 + 3) = \mathbf{-7}$ oder $+5 + 3 = +(5 + 3) = \mathbf{+8}$

- Stehen vor beiden Zahlzeichen **unterschiedliche Vor- bzw. Rechenzeichen**, erhält man den Betrag des Ergebnisses, indem man vom größeren Zahlzeichen das kleinere Zahlzeichen subtrahiert.

Zum Beispiel: $+8 - 5 = +(8 - 5) = \mathbf{+3}$ oder $+4 - 7 = -(7 - 4) = \mathbf{-3}$
oder $-2 + 6 = +(6 - 2) = \mathbf{+4}$

Merke:

Das Ergebnis von Rechenausdrücken wie a + b und a – b (mit $a, b \in \mathbb{Q}$ und $b > 0$) bestimmt man nach folgenden Regeln:

1. Das Ergebnis hat immer das **Vorzeichen**, das vor dem größeren Zahlzeichen steht.
2. Wenn vor beiden Zahlzeichen das **gleiche Vor- bzw. Rechenzeichen** steht, addiert man beide Zahlzeichen.
3. Wenn vor beiden Zahlzeichen **unterschiedliche Vor- bzw. Rechenzeichen** stehen, subtrahiert man vom größeren Zahlzeichen das kleinere.

Übung 2:

Überlege dir zuerst, welches Vorzeichen das Ergebnis hat. Berechne dann den Betrag des Ergebnisses.

a) $+12 - 17 =$ _____ b) $-23 + 32 =$ _____ c) $-37 + 12 =$ ____

d) $-45 - 31 =$ _____ e) $-3{,}5 + 6{,}2 =$ _____ f) $-\frac{2}{5} + \frac{3}{5} =$ ____

Lösung:

a) $+12 - 17 = -(17 - 12) = \mathbf{-5}$

b) $-23 + 32 = +(32 - 23) = \mathbf{+9}$

c) $-37 + 12 = -(37 - 12) = \mathbf{-25}$

d) $-45 - 31 = -(45 + 31) = \mathbf{-76}$

e) $-3{,}5 + 6{,}2 = +(6{,}2 - 3{,}5) = \mathbf{+2{,}7}$

f) $-\frac{2}{5} + \frac{3}{5} = +(\frac{3}{5} - \frac{2}{5}) = \mathbf{+\frac{1}{5}}$

Merke:

Längere Summen bzw. Differenzen können folgendermaßen leicht berechnet werden:

Man addiert zunächst alle Zahlzeichen, vor denen ein Plus oder kein Vorzeichen steht, in einer eigenen Klammer. Ebenso addiert man alle Zahlzeichen, vor denen ein Minus steht, in einer zweiten Klammer. Das Ergebnis ist dann die Differenz dieser beiden Summen. Zum Beispiel:

$\underline{9} + \underline{17} - 21 + \underline{35} - 19 = (\underline{9} + \underline{17} + \underline{35}) - (21 + 19) = \underline{61} - 40 = \mathbf{21}$

Übung 3:

Berechne jeweils das Ergebnis.

a) $7 + 15 - 23 + 38 - 9 =$ _____ b) $-21 - 14 + 39 - 41 =$ _____

c) $65 + 17 - 42 + 18 - 8 =$ _____ d) $-3{,}5 + 1{,}7 + 4{,}4 - 8{,}6 + 2{,}1 =$ _____

Lösung:

a) $7 + 15 - 23 + 38 - 9 = (7 + 15 + 38) - (23 + 9) = 60 - 32 = \mathbf{28}$

b) $-21 - 14 + 39 - 41 = 39 - (21 + 14 + 41) = 39 - 76 = \mathbf{-37}$

c) $65 + 17 - 42 + 18 - 8 = (65 + 17 + 18) - (42 + 8) = 100 - 50 = \mathbf{50}$

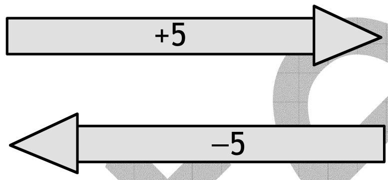
d) $-3{,}5 + 1{,}7 + 4{,}4 - 8{,}6 + 2{,}1 = (1{,}7 + 4{,}4 + 2{,}1) - (3{,}5 + 8{,}6) = 8{,}2 - 12{,}1 = \mathbf{-3{,}9}$

4. Auflösen von Klammertermen

Beispiel 1: (Auflösen einfacher Klammern)

a) Berechne die Summe (–2) + (+5), indem du am Zahlenstrahl zu (–2) einen „(+5)-Pfeil“ addierst.

b) Berechne die Summe (–2) + (–5), indem du am Zahlenstrahl zu (–2) einen „(–5)-Pfeil“ addierst.

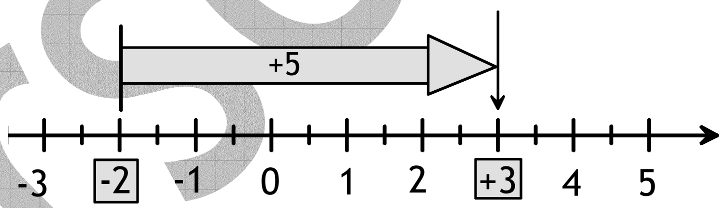


c) Berechne die Differenz (–2) – (+5), indem du am Zahlenstrahl den Abstand zwischen (–2) und (+5) bestimmst. Welches Vorzeichen muss das Ergebnis haben ?

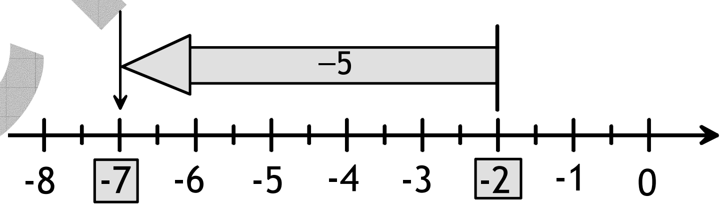
d) Berechne die Differenz (–2) – (–5), indem du am Zahlenstrahl den Abstand zwischen (–2) und (–5) bestimmst. Welches Vorzeichen muss das Ergebnis haben ?

Lösung:

a) Es gilt: (–2) + (+5) = +3

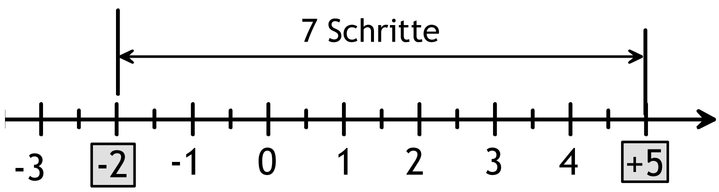


b) Es gilt: (–2) + (–5) = –7



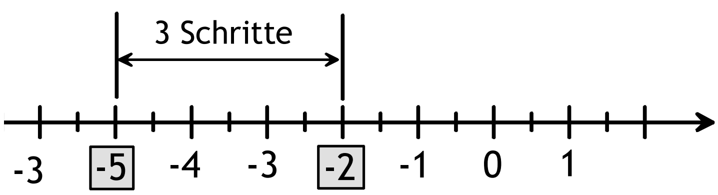
c)
Von (–2) bis (+5) sind es 7 Schritte. Weil von der kleineren Zahl (–2) die größere Zahl (+5) abgezogen wird, muss das Ergebnis negativ sein.

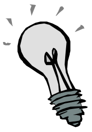
Es gilt also: (–2) – (+5) = –7



d)
Von (–2) bis (–5) sind es 3 Schritte. Weil von der größeren Zahl (–2) die kleinere Zahl (–5) abgezogen wird, muss das Ergebnis positiv sein.

Es gilt also: (–2) – (–5) = +3





Beispiel 2: (Auflösen einfacher Klammern)

a) Berechne die Ergebnisse von –2 + 5 und –2 – 5.
Vergleiche dann mit den Ergebnissen aus Beispiel 1.

b) Stelle anhand der Beziehungen aus a) Regeln auf, wie man in Ausdrücken der Art
$(-2)+(+5)$, $(-2)+(-5)$, $(-2)-(+5)$ und $(-2)-(-5)$ die Klammern auflösen könnte.

Lösung:

a)

• Es ist: $-2 + 5 = +3$; wegen $(-2) + (+5) = +3$ und $(-2) - (-5) = +3$ gilt:

$(-2) + (+5) = -2 + 5$ und

$(-2) - (-5) = -2 + 5$

• Es ist: $-2 - 5 = -7$; wegen $(-2) + (-5) = -7$ und $(-2) - (+5) = -7$ gilt:

$(-2) + (-5) = -2 - 5$ und

$(-2) - (+5) = -2 - 5$

b)

• Wenn vor einer Klammer kein Vor- bzw. Rechenzeichen steht, kann man sie weglassen.
Aus (–2) wird einfach –2.

• Wenn **zwei gleiche Vor- bzw. Rechenzeichen** aufeinander folgen, wird daraus ein Plus.
Aus +(+5) wird +5; ebenso gilt –(–5) = +5.

• Wenn **zwei unterschiedliche Vor- bzw. Rechenzeichen** aufeinander folgen, wird daraus ein Minus. Aus –(+5) wird –5; ebenso gilt +(–5) = –5.

Merke:

Eingeklammerte Zahlen werden nach folgenden Regeln aufgelöst:

$+(+a) = +a$

$-(-a) = +a$

$+(-a) = -a$

$-(+a) = -a$

Steht vor einer Klammer kein Vorzeichen, kann man sie einfach weglassen. Es gilt:

$(-a) = -a$ bzw. $(+a) = +a$

Übung 1:

Schreibe zuerst ohne die Klammern und berechne dann:

a) $(+17) + (-9)$ b) $(-35) + (-17)$ c) $(-18) - (+13)$

d) $(-21) - (-34)$ e) $(12 - 18) - (35 - 40)$ f) $23 - [9 - (6 - 15) + (7 - 21)]$

g) $[-12 + 7 - (3 - 8)] - [(4 - 11) - (5 - 19)]$

Hinweis zu f) und g): Löse die Klammern von innen nach außen auf.

Lösung:

a) $(+17) + (-9) = +17 - 9 = \mathbf{+8}$

b) $(-35) + (-17) = -35 - 17 = \mathbf{-52}$

c) $(-18) - (+13) = -18 - 13 = \mathbf{-31}$

d) $(-21) - (-34) = -21 + 34 = \mathbf{+13}$

e) $(12 - 18) - (35 - 40) = (-6) - (-5) = -6 + 5 = \mathbf{-1}$

f) $23 - [9 - (6 - 15) + (7 - 21)] = 23 - [9 - (-9) + (-14)]$

$= 23 - [9 + 9 - 14]$

$= 23 - [+4]$

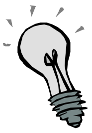
$= 23 - 4 = \mathbf{19}$

g) $[-12 + 7 - (3 - 8)] - [(4 - 11) - (5 - 19)] = [-5 - (-5)] - [(-7) - (-14)]$

$= [-5 + 5] - [-7 + 14]$

$= [0] - [+7]$

$= \mathbf{-7}$



Beispiel 3: (Auflösen eingeklammerter Summen und Differenzen)

Berechne die folgenden Ausdrücke und vergleiche die Ergebnisse. Was fällt auf ?

a) $+(14 - 9 - 12)$ und $+14 - 9 - 12$

b) $-(21 + 5 - 7)$ und $-21 - 5 + 7$

c) Formuliere jeweils eine Regel, wie man eingeklammerte Summen bzw. Differenzen auflöst, wenn ein Plus- bzw. Minuszeichen davor steht. Löse mit dieser Regel die Klammern in folgenden Rechenausdrücken auf: $+(18 - 23 + 14)$ und $-(9 - 12 + 15)$

d) Denke dir weitere Beispiele aus, um die Regeln aus c) zu bestätigen.

Lösung:

a) $+(14 - 9 - 12) = +(-7) = \mathbf{-7}$ und $+14 - 9 - 12 = +5 - 12 = \mathbf{-7}$

b) $-(21 + 5 - 7) = -(+19) = \mathbf{-19}$ und $-21 - 5 + 7 = -26 + 7 = \mathbf{-19}$

Man erhält jeweils das gleiche Ergebnis. Es gilt also:

$+(14 - 9 - 12) = +14 - 9 - 12$ und $-(21 + 5 - 7) = -21 - 5 + 7$

c)

- Steht ein **Plus** vor der eingeklammerten Summe, kann man die Klammern sofort weglassen: $+(18 - 23 + 14) = +18 - 23 + 14$
- Steht ein **Minus** vor der eingeklammerten Summe, muss man die Rechenzeichen in den Klammern umdrehen, bevor man die Klammern streichen darf: $-(9 - 12 + 15) = -9 + 12 - 15$

Merke:

Klammern um Summen bzw. Differenzen können nach folgenden Regeln aufgelöst werden:

1. Steht vor der Klammer **nichts oder ein Plus**, darf man die Klammer einfach weglassen.
2. Steht vor der Klammer **ein Minus**, dreht man alle Rechenzeichen in der Klammer um und lässt die Klammer anschließend weg.
3. Hat der erste Summand in der Klammer ein Vorzeichen, muss man außerdem noch folgende **Sonderfälle** beachten:

„+(–“ und **„–(+“** werden jeweils zu **„–“** ;

„+(+“ und **„–(–“** werden jeweils zu **„+“**.

Übung 2:

Löse folgende Rechenausdrücke auf zweierlei Art:

1. Löse zuerst die Klammern auf und berechne dann.
2. Berechne zuerst den Klammerinhalt und löse dann die Klammern auf.

a) $(25 - 42) - 18$ b) $-31 + (25 - 9 + 14)$ c) $8 - (28 + 14 - 7)$

d) $12 + (-23 + 7 - 18)$ e) $-(-15 - 12) + 16$ f) $4{,}5 - (+2{,}5 - 1{,}2 + 0{,}8)$

Lösung:

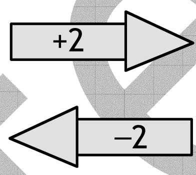
1. Erst Klammern auflösen, dann berechnen:	2. Erst Klammerinhalt berechnen, dann Klammern auflösen:
a) $(25 - 42) - 18 = 25 - 42 - 18$ $= -17 - 18$ $= \mathbf{-35}$	a) $(25 - 42) - 18 = -17 - 18$ $= \mathbf{-35}$
b) $-31 + (25 - 9 + 14) = -31 + 25 - 9 + 14$ $= -6 - 9 + 14$ $= -15 + 14 = \mathbf{-1}$	b) $-31 + (25 - 9 + 14) = -31 + (16 + 14)$ $= -31 + 30$ $= \mathbf{-1}$
c) $8 - (28 + 14 - 7) = 8 - 28 - 14 + 7$ $= -20 - 14 + 7$ $= -34 + 7 = \mathbf{-27}$	c) $8 - (28 + 14 - 7) = 8 - (42 - 7)$ $= 8 - 35$ $= \mathbf{-27}$
d) $12 + (-23 + 7 - 18) = 12 - 23 + 7 - 18$ $= -11 + 7 - 18$ $= -4 - 18 = \mathbf{-22}$	d) $12 + (-23 + 7 - 18) = 12 + (-16 - 18)$ $= 12 + (-34)$ $= 12 - 34 = \mathbf{-22}$
e) $-(-15 - 12) + 16 = +15 + 12 + 16$ $= +27 + 16 = \mathbf{+43}$	e) $-(-15 - 12) + 16 = -(-27) + 16$ $= +27 + 16 = \mathbf{+43}$
f) $4{,}5 - (+2{,}5 - 1{,}2 + 0{,}8)$ $= 4{,}5 - 2{,}5 + 1{,}2 - 0{,}8$ $= 2{,}0 + 1{,}2 - 0{,}8$ $= 3{,}2 - 0{,}8 = \mathbf{2{,}4}$	f) $4{,}5 - (+2{,}5 - 1{,}2 + 0{,}8)$ $= 4{,}5 - (+1{,}3 + 0{,}8)$ $= 4{,}5 - (+2{,}1)$ $= 4{,}5 - 2{,}1 = \mathbf{2{,}4}$

5. Multiplikation und Division rationaler Zahlen

Beispiel 1:

Veranschauliche die folgenden Multiplikationen jeweils an einem Zahlenstrahl und gib das Ergebnis an:

a) $(+3) \cdot (+2)$ b) $(+3) \cdot (-2)$

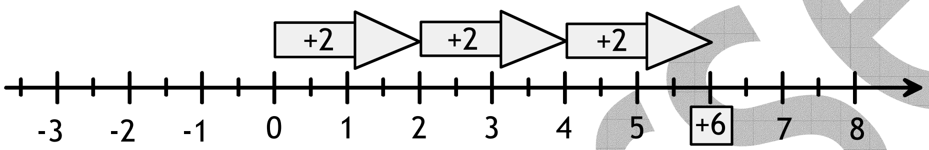


Benutze dazu einen „(+2)-Pfeil“ bzw. „(–2)-Pfeil“ und beachte: $(+3) = 3$.

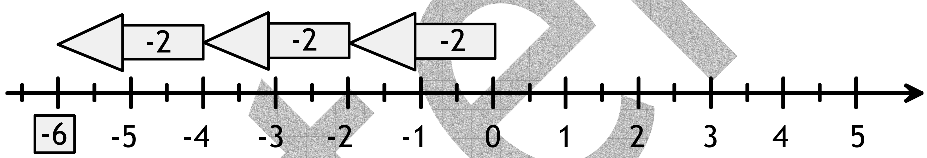
Welches Ergebnis erwartest du für $(-2) \cdot (+3)$? Begründe.

Lösung:

a) Es gilt: $(+3) \cdot (+2) = 3 \cdot (+2) = (+2) + (+2) + (+2) = \mathbf{+6}$



b) Es gilt: $(+3) \cdot (-2) = 3 \cdot (-2) = (-2) + (-2) + (-2) = \mathbf{-6}$



Aufgrund des Kommutativgesetzes der Multiplikation ($a \cdot b = b \cdot a$) gilt:

$(-2) \cdot (+3) = (+3) \cdot (-2) = \mathbf{-6}$

Beispiel 2:

Das Produkt zweier negativer Zahlen wie $(-3) \cdot (-2)$ kann mit folgender Überlegung berechnet werden. Ergänze dazu die Lücken der letzten beiden Zeilen.

Es gilt:

$0 = 0 \cdot (-2)$

$\Leftrightarrow$ $0 = [(-3) + (+3)] \cdot (-2)$ | Anwenden des Distributivgesetzes

$\Leftrightarrow$ $0 = (-3) \cdot (-2) + (+3) \cdot (-2)$

$\Leftrightarrow$ $0 = (-3) \cdot (-2)$ ______

$\Leftrightarrow$ $0 = (-3) \cdot (-2)$ ______

$\Leftrightarrow$ $(-3) \cdot (-2) =$ ____

Lösung:

$0 = 0 \cdot (-2)$

$\Leftrightarrow \quad 0 = [(-3) + (+3)] \cdot (-2)$ | Anwenden des Distributivgesetzes

$\Leftrightarrow \quad 0 = (-3) \cdot (-2) + (+3) \cdot (-2)$

$\Leftrightarrow \quad 0 = (-3) \cdot (-2) + \mathbf{(-6)}$

$\Leftrightarrow \quad 0 = (-3) \cdot (-2) \mathbf{- 6}$

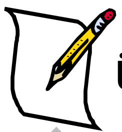
Damit diese Zeile wahr ist, muss $\mathbf{(-3) \cdot (-2) = +6}$ gelten.

Merke: **Multiplikation und Division rationaler Zahlen**

Man multipliziert bzw. dividiert zwei rationale Zahlen, indem man ihre Beträge multipliziert bzw. dividiert und das Vorzeichen des Ergebnisses nach folgenden Regeln bestimmt:

1. **plus** mal **plus** = **plus**
2. **minus** mal **minus** = **plus**
3. **plus** mal **minus** = **minus**
4. **minus** mal **plus** = **minus**

Diese Vorzeichenregeln gelten auch für Divisionen, da man durch eine Zahl dividieren kann, indem man mit ihrem Kehrbruch multipliziert.



Übung 1:

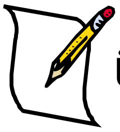
Übertrage die Tabelle ins Heft. Multipliziere die Zahlen der linken Spalte mit den Zahlen der oberen Zeile und schreibe das Ergebnis in die freien Felder.

mal	**−2**	**+3**	$-\frac{1}{2}$	**+0,5**
+24				
−72				
$-\frac{2}{3}$				
2,5				

Lösung:

mal	**−2**	**+3**	$\mathbf{-\frac{1}{2}}$	**+0,5**
+24	−48	+72	−12	+12
−72	+144	−216	+36	−36
$\mathbf{-\frac{2}{3}}$	$+\frac{4}{3}$	−2	$+\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
2,5	−5	+7,5	−1,25	+1,25

Beachte: $+0{,}5 = +\frac{1}{2}$



Übung 2:

Übertrage die Tabelle ins Heft. Dividiere die Zahlen der linken Spalte durch die Zahlen der oberen Zeile und schreibe das Ergebnis in die freien Felder.

geteilt	**−4**	**+6**	$\mathbf{-\frac{12}{7}}$	**+0,5**
−12				
+36				
$\mathbf{-\frac{3}{4}}$				
4,8				

Lösung:

geteilt	**−4**	**+6**	$\mathbf{-\frac{12}{7}}$	**+0,5**
−12	+3	−2	$-12 \cdot (-\frac{7}{12}) = +7$	−24
+36	−9	+6	$+36 \cdot (-\frac{7}{12}) = -21$	+72
$\mathbf{-\frac{3}{4}}$	$-\frac{3}{4} \cdot (-\frac{1}{4}) = +\frac{3}{16}$	$-\frac{3}{4} \cdot (+\frac{1}{6}) = -\frac{1}{8}$	$-\frac{3}{4} \cdot (-\frac{7}{12}) = +\frac{7}{16}$	$-\frac{3}{4} \cdot (+\frac{2}{1}) = -\frac{3}{2}$
4,8	−1,2	+0,8	$4{,}8 \cdot (-\frac{7}{12}) = -2{,}8$	+9,6

Beachte: $+0{,}5 = +\frac{1}{2}$

6. Verknüpfung der Rechenarten

Merke:

Wenn in einem Rechenausdruck sowohl „Punktrechnungen“ (Multiplikation und Division) als auch „Strichrechnungen“ (Addition und Subtraktion) vorkommen, muss man folgende Reihenfolge der Rechenschritte beachten:

1. **Klammerregel**: Rechnungen in Klammern müssen zuerst durchgeführt werden. Bei geschachtelten Klammern rechnet man von innen nach außen.
2. **Punkt-vor-Strich-Regel**: Punktrechnungen müssen vor Strichrechnungen durchgeführt werden.

Beispiel 1:

Berechne: a) $(8 - 15) + 7 \cdot (5 - 9)$ b) $-7 + 9 \cdot (-5) + 5$

Lösung:

a) $(8 - 15) + 7 \cdot (5 - 9) = -7 + 7 \cdot (-4) = -7 + (-28) = -7 - 28 = \mathbf{-35}$

b) $-7 + 9 \cdot (-5) + 5 = -7 + (-45) + 5 = -7 - 45 + 5 = -52 + 5 = \mathbf{-47}$

Übung 1:

Berechne.

a) $12 - 6 \cdot 8 + 4 \cdot 3$

b) $14 - (24 - 17) \cdot (-7) + 21$

c) $-18 + 15 \cdot (-20 + 22) : 6 - 6$

d) $[-(25 - 30) + (16 - 48) : 8] - 3 \cdot (-3)$

Lösung:

a) $12 - 6 \cdot 8 + 4 \cdot 3$

$= 12 - 48 + 12$

$= -36 + 12$

$= \mathbf{-24}$

b) $14 - (24 - 17) \cdot (-7) + 21$

$= 14 - 7 \cdot (-7) + 21$

$= 14 - (-49) + 21$

$= 14 + 49 + 21 = \mathbf{+84}$

c) $-18 + 15 \cdot (-20 + 22) : 6 - 6$

$= -18 + 15 \cdot (-2) : 6 - 6$

$= -18 + (-30) : 6 - 6$

$= -18 + (-5) - 6 = -18 - 5 - 6 = \mathbf{-29}$

d) $[-(25 - 30) + (16 - 48) : 8] - 3 \cdot (-3)$

$= [-(-5) + (-32) : 8] - (-9)$

$= [+5 + (-4)] + 9$

$= [+5 - 4] + 9 = 1 + 9 = \mathbf{+10}$

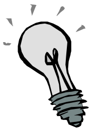
Merke: <u>**Distributivgesetz der Multiplikation und Division**</u>

Multiplikation: (Ausmultiplizieren von Klammern)

$\mathbf{a} \cdot (b + c) = \mathbf{a} \cdot b + \mathbf{a} \cdot c$ und $(b + c) \cdot \mathbf{a} = \mathbf{a} \cdot b + \mathbf{a} \cdot c$

Division: $(b + c) : \mathbf{a} = b : a + c : \mathbf{a}$

Beachte: Bei der Division gilt <u>nicht</u> $\mathbf{a} : (b + c) = \cancel{a : b + a : c}$!



Beispiel 2:

Wende das Distributivgesetz an und vereinfache dann:

a) $3 \cdot (7 - 12)$ b) $(-8 + 4) \cdot (-7)$ c) $(-24 - 18) : 6$

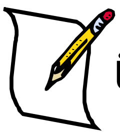
Überprüfe das Ergebnis, indem du zuerst den Klammerterm berechnest.

Lösung:

a) $3 \cdot (7 - 12) = 21 - 36 = \mathbf{-15}$ oder $3 \cdot (7 - 12) = 3 \cdot (-5) = \mathbf{-15}$

b) $(-8 + 4) \cdot (-7) = (+56 - 28) = \mathbf{+28}$ oder $(-8 + 4) \cdot (-7) = (-4) \cdot (-7) = \mathbf{+28}$

c) $(-24 - 18) : 6 = -4 - 3 = \mathbf{-7}$ oder $(-24 - 18) : 6 = -42 : 6 = \mathbf{-7}$



Übung 2:

Löse die Klammern zuerst mithilfe des Distributivgesetzes auf und vereinfache dann.

a) $32 - 5 \cdot (-8 + 14)$ b) $18 + (11 - 23) \cdot (-5)$

c) $-12 + (-27 + 33) : 3$ d) $\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \cdot (\frac{1}{3} - \frac{5}{6})$

Lösung:

a) $32 - 5 \cdot (-8 + 14) = 32 + 40 - 70 = 72 - 70 = \mathbf{2}$

b) $18 + (11 - 23) \cdot (-5) = 18 + (-55 + 115) = 18 + 60 = \mathbf{78}$

c) $-12 + (-27 + 33) : 3 = -12 + (-9 + 11) = -12 + 2 = \mathbf{-10}$

d) $\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \cdot (\frac{1}{3} - \frac{5}{6}) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{5}{8} = \frac{4}{8} - \frac{2}{8} + \frac{5}{8} = \frac{2}{8} + \frac{5}{8} = \mathbf{\frac{7}{8}}$

Merke: 

<u>Ausklammern</u>

Kommen in einer Summe bzw. Differenz gemeinsame Faktoren vor, kann man diese ausklammern, indem man das Distributivgesetz rückwärts anwendet:

$\mathbf{a} \cdot b + \mathbf{a} \cdot c = \mathbf{a} \cdot (b + c)$

Man kann sich damit oft Rechenvorteile verschaffen.

Beispiel 3:

Klammere geeignete Faktoren aus und berechne.

a) $27 \cdot 9 - 17 \cdot 9$ b) $-35 \cdot 11 + 11 \cdot 65$

Lösung:

a) $27 \cdot \mathbf{9} - 17 \cdot \mathbf{9} = \mathbf{9} \cdot (27 - 17) = 9 \cdot 10 = \mathbf{90}$

b) $-35 \cdot \mathbf{11} + \mathbf{11} \cdot 65 = \mathbf{11} \cdot (-35 + 65) = 11 \cdot 30 = \mathbf{330}$

Übung 3:

Berechne geschickt durch Ausklammern.

a) $23 \cdot 8 - 53 \cdot 8$ b) $-7 \cdot 38 + (-7) \cdot 62$

c) $-1{,}5 \cdot 0{,}9 - 5{,}1 \cdot 1{,}5$ d) $-\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{4} - \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4}$

Lösung:

a) $23 \cdot \mathbf{8} - 53 \cdot \mathbf{8} = \mathbf{8} \cdot (23 - 53) = 8 \cdot (-30) = \mathbf{-240}$

b) $\mathbf{-7} \cdot 38 + (\mathbf{-7}) \cdot 62 = \mathbf{-7} \cdot (38 + 62) = -7 \cdot 100 = \mathbf{-700}$

c) $-\mathbf{1{,}5} \cdot 0{,}9 - 5{,}1 \cdot \mathbf{1{,}5} = \mathbf{1{,}5} \cdot (-0{,}9 - 5{,}1) = 1{,}5 \cdot (-6) = \mathbf{-9}$

d) $-\frac{1}{6} \cdot \mathbf{\frac{3}{4}} - \frac{5}{6} \cdot \mathbf{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4} \cdot (-\frac{1}{6} - \frac{5}{6}) = \frac{3}{4} \cdot (-\frac{6}{6}) = \frac{3}{4} \cdot (-1) = \mathbf{-\frac{3}{4}}$

1) Wo liegen auf einem Zahlenstrahl die negativen Zahlen ?

2) Was versteht man unter dem *Betrag* und unter der *Gegenzahl* einer Zahl ?

3) Welche Zahlen gehören jeweils zur Menge der natürlichen Zahlen, zur Menge der ganzen Zahlen und zur Menge der rationalen Zahlen ?

4) Wie kann man die Rechnungen a + b und a – b auf einem Zahlenstrahl veranschaulichen, wenn a eine rationale Zahl und b eine positive Zahl ist ?

5) Nach welchen Regeln bestimmt man das Ergebnis von Rechenausdrücken der Art $\pm a \pm b$?

6) Wie löst man in Ausdrücken der Art +(+a), –(–a), +(–a) und –(+a) die Klammern auf ?

7) Nach welchen Regeln löst man Klammern um Summen bzw. Differenzen auf ?
Welche Sonderfälle muss man dabei beachten ?

8) Wie führt man eine Multiplikation bzw. Division zweier rationaler Zahlen durch ? Wie lauten dabei die Vorzeichenregeln ?

9) Welche Regeln muss man beachten, wenn in einem Rechenausdruck sowohl Klammern als auch Punktrechnungen und Strichrechnungen vorkommen ?

10) Wie lautet das Distributivgesetz der Multiplikation bzw. Division ?

11) Was versteht man unter „Ausklammern" ? Gib ein Beispiel an.

Antworten zur Checkliste:

1) Links von der „Null“. Man erhält sie, indem man die positiven Zahlen an der „Null“ spiegelt.

2) Der Betrag einer Zahl ist ihr Abstand zur Null auf dem Zahlenstrahl. Die Gegenzahl einer Zahl erhält man, indem man ihr Vorzeichen umdreht.

3) Natürliche Zahlen: 0, 1, 2, 3, … Ganze Zahlen: …, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, …
Rationale Zahlen: alle positiven und negativen ganzen Zahlen, Brüche und Dezimalzahlen

4) Bei „a + b“ muss man von a aus um b Längeneinheiten nach rechts. Bei „a – b“ muss man von a aus um b Längeneinheiten nach links.

5) Das Ergebnis hat das Vorzeichen, das vor dem größeren Zahlzeichen steht. Den Betrag des Ergebnisses erhält man so:
- Bei gleichen Vor- bzw. Rechenzeichen muss man beide Zahlzeichen addieren.
- Bei unterschiedlichen Vor- bzw. Rechenzeichen muss man das kleinere Zahlzeichen vom größeren abziehen.

6) $+(+a) = +a$, $-(-a) = +a$, $+(-a) = -a$ und $-(+a) = -a$

7) Steht vor der Klammer nichts oder ein Plus, darf man sie einfach streichen. Steht vor der Klammer ein Minus, dreht man alle Rechenzeichen in der Klammer um und lässt sie dann weg. Sonderfälle:
„+(+” und „–(–“ werden zu „+” ; „+(–“ und „–(+” werden zu „–“

8) Man multipliziert zuerst die Beträge beider Zahlen. Anschließend wendet man die Vorzeichenregeln der Multiplikation bzw. Division an: 1. plus mal plus = plus 2. minus mal minus = plus
3. plus mal minus = minus 4. minus mal plus = minus

9) Rechnungen in Klammern müssen zuerst durchgeführt werden. Punktrechnungen müssen vor Strichrechnungen durchgeführt werden („Punkt-vor-Strich-Regel“)

10) Multiplikation: $\mathbf{a}\cdot(b + c) = \mathbf{a}\cdot b + \mathbf{a}\cdot c$ bzw. $(b + c)\cdot\mathbf{a} = \mathbf{a}\cdot b + \mathbf{a}\cdot c$ Division: $(b + c):\mathbf{a} = b:a + c:\mathbf{a}$

11) Kommen in einer Summe bzw. Differenz gemeinsame Faktoren vor, gilt: $\mathbf{a}\cdot b + \mathbf{a}\cdot c = \mathbf{a}\cdot(b + c)$

✂ --

Antworten zur Checkliste:

1) Links von der „Null“. Man erhält sie, indem man die positiven Zahlen an der „Null“ spiegelt.

2) Der Betrag einer Zahl ist ihr Abstand zur Null auf dem Zahlenstrahl. Die Gegenzahl einer Zahl erhält man, indem man ihr Vorzeichen umdreht.

3) Natürliche Zahlen: 0, 1, 2, 3, … Ganze Zahlen: …, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, …
Rationale Zahlen: alle positiven und negativen ganzen Zahlen, Brüche und Dezimalzahlen

4) Bei „a + b“ muss man von a aus um b Längeneinheiten nach rechts. Bei „a – b“ muss man von a aus um b Längeneinheiten nach links.

5) Das Ergebnis hat das Vorzeichen, das vor dem größeren Zahlzeichen steht. Den Betrag des Ergebnisses erhält man so:
- Bei gleichen Vor- bzw. Rechenzeichen muss man beide Zahlzeichen addieren.
- Bei unterschiedlichen Vor- bzw. Rechenzeichen muss man das kleinere Zahlzeichen vom größeren abziehen.

6) $+(+a) = +a$, $-(-a) = +a$, $+(-a) = -a$ und $-(+a) = -a$

7) Steht vor der Klammer nichts oder ein Plus, darf man sie einfach streichen. Steht vor der Klammer ein Minus, dreht man alle Rechenzeichen in der Klammer um und lässt sie dann weg. Sonderfälle:
„+(+” und „–(–“ werden zu „+” ; „+(–“ und „–(+” werden zu „–“

8) Man multipliziert zuerst die Beträge beider Zahlen. Anschließend wendet man die Vorzeichenregeln der Multiplikation bzw. Division an: 1. plus mal plus = plus 2. minus mal minus = plus
3. plus mal minus = minus 4. minus mal plus = minus

9) Rechnungen in Klammern müssen zuerst durchgeführt werden. Punktrechnungen müssen vor Strichrechnungen durchgeführt werden („Punkt-vor-Strich-Regel“)

10) Multiplikation: $\mathbf{a}\cdot(b + c) = \mathbf{a}\cdot b + \mathbf{a}\cdot c$ bzw. $(b + c)\cdot\mathbf{a} = \mathbf{a}\cdot b + \mathbf{a}\cdot c$ Division: $(b + c):\mathbf{a} = b:a + c:\mathbf{a}$

11) Kommen in einer Summe bzw. Differenz gemeinsame Faktoren vor, gilt: $\mathbf{a}\cdot b + \mathbf{a}\cdot c = \mathbf{a}\cdot(b + c)$

Sehr geehrte Lehrerinnen und Lehrer,

mit diesen Folienvorlagen können Sie Ihren Schülerinnen und Schülern effektiv und kräfteschonend das Thema *„Rationale Zahlen“* vermitteln. Alle OHP-Folien sind so konzipiert, dass Ihnen aufwendige Erklärungen an der Tafel erspart bleiben.

Jedes Kapitel beginnt mit einem einführenden Beispiel, mit dessen Hilfe sich die Schüler/innen die jeweiligen Regeln und Kenntnisse selbstständig erarbeiten können. Wichtige mathematische Sätze und Zusammenfassungen sind in *„Merkekästen“* hervorgehoben, die Ihre Schüler/innen direkt von der Folie abschreiben können. Im Anschluss daran folgen jeweils Übungsaufgaben mit ausführlichen Lösungen, die ebenfalls von der Folie ins Schulheft übertragen werden können. Am Ende der Unterrichtseinheit finden Sie eine Checkliste, mit der die Schüler/innen den eigenen Kenntnisstand in kompakter Form überprüfen und wiederholen können.

Wie Sie nun die einzelnen Folien optimal im Unterricht einsetzen, zeigen Ihnen folgende Hinweise und Anmerkungen.

Kapitel 1: Negative Zahlen

Lernziele:

Die Schülerinnen und Schüler lernen die negativen Zahlen und deren Lage auf dem Zahlenstrahl kennen.

Hinweise zur Durchführung:

Mit der einführenden Folie können Sie den Schülerinnen und Schülern zwei Beispiele aus dem täglichen Leben vorstellen, in denen negative Zahlen eine Rolle spielen. Beide Beispiele sind so einfach, dass sie von den Schüler/innen auch selbstständig bearbeitet werden können.

Die zweite Folie enthält die Definitionen der negativen Zahlen und der Begriffe „Gegenzahl“ und „Betrag“. Der entsprechende *Merkekasten* sollte ins Schulheft übertragen werden. In der anschließenden Übung können sich die Schüler/innen mit der Lage von negativen Zahlen auf dem Zahlenstrahl vertraut machen und die Begriffe „Gegenzahl“ und „Betrag“ auf konkrete Zahlenbeispiele anwenden.

Zeitbedarf: ca. 1 Schulstunde; je nach Umfang der zusätzlichen Übungen aus dem Schulbuch auch mehr.

Kapitel 2: Natürliche, ganze und rationale Zahlen

Lernziele:

Die Schüler/innen lernen die Mengen der natürlichen, ganzen und rationalen Zahlen und ihre Beziehung zueinander kennen. Zahlen sollen der richtigen Zahlenmenge zugeordnet werden.

Hinweise zur Durchführung:

Diesen Abschnitt können Sie recht schnell durchführen. Nach der Definition der natürlichen Zahlen (→ Folie 4) wird die Beziehung zwischen diesen drei Zahlenmengen vorgestellt. In der Übung dazu sollen die Schüler/innen Zahlen jeweils der richtigen Zahlenmenge zuordnen und zwei Aussagen bezüglich dieser Zahlenmengen bewerten.

Zeitbedarf: maximal 1 Schulstunde; je nach Umfang der zusätzlichen Übungen auch mehr.

Kapitel 3: Addition und Subtraktion rationaler Zahlen

Lernziele:

Die Schülerinnen und Schüler lernen die Regeln kennen, wie man Rechenausdrücke der Art „$\pm a \pm b$“ berechnen kann.

Hinweise zur Durchführung:

Das einführende Beispiel auf Folie 5 zeigt anschaulich, wie man Terme der Art „$\pm a \pm b$“ leicht auf dem Zahlenstrahl berechnen kann. In Übung 1 auf Folie 6 sollen die Schüler/innen solche Berechnungen jeweils mithilfe eines Zahlenstrahls durchführen. Ergänzend zu Übung 1 können Sie ähnliche Aufgaben mit größeren Zahlen stellen, die dann allerdings nur noch schematisch am Zahlenstrahl veranschaulicht werden können. Das Beispiel 2 (→ Folie 7) führt dann die Regeln ein, wie Rechenausdrücke der Art „$\pm a \pm b$“ auch ohne Zahlenstrahl berechnet werden können. Insbesondere stärkere Schüler/innen sollten diese Regeln auch selbstständig aufstellen können. Der *Merkekasten* auf Folie 7 fasst diese Regeln zusammen. Lassen Sie diesen *Merkekasten* unbedingt abschreiben, da diese Regeln für die Rechenpraxis von zentraler Bedeutung sind. In der Übung 2 auf Folie 8 können diese Regeln dann geübt und gefestigt werden. Wie man mithilfe geschickter Klammersetzung auch längere Summen bzw. Differenzen elegant vereinfachen kann, zeigt der *Merkekasten* auf Folie 8. Mithilfe dieses Tipps sollen dann in Übung 3 längere Summen bzw. Differenzen berechnet werden.

Beachten Sie bitte: In manchen Schulbüchern wird die Addition und Subtraktion rationaler Zahlen zuerst mit Klammertermen eingeführt (→ Beispiel 1 auf Folie 9). Da die direkte Berechnung solcher Klammer-terme (ohne vorheriges Auflösen der Klammern) in der Rechenpraxis keine Rolle spielt, wurde hier zuerst die Berechnung klammerfreier Terme der Art „$\pm a \pm b$“ besprochen. Wie man die Klammern in Termen der Art „$\pm(\pm a)$“ auflöst, wird dann im folgenden Kapitel 4 besprochen.

Zeitbedarf: ca. 2-3 Schulstunden; je nach Umfang der zusätzlichen Übungen auch mehr.

Kapitel 4: Auflösen von Klammertermen

Lernziele:

Die Schülerinnen und Schüler lernen, wie man die Klammern in einfachen und komplizierten Termen auflöst und warum man das so machen darf.

Hinweise zur Durchführung:

In Beispiel 1 (→ Folie 9) können die Schüler/innen mithilfe eines Zahlenstrahls erkunden, wie man einen eingeklammerten Term der Art (± a) mithilfe eines Zahlenstrahls addiert bzw. subtrahiert. Anhand der vorgegebenen Tipps sollten dies alle Schüler/innen selbstständig herausfinden. Beispiel 1 eignet sich auch gut für die Gruppenarbeit. Beispiel 2 auf Folie 10 vermittelt anschließend die Zusammenhänge zwischen Termen der Art „(± a) ± (± b)“ und den entsprechenden klammerfreien Termen. Daran können die Schüler/innen ableiten, wie man Terme der Art „(±a) ± (±b)“ auch ohne Klammern schreiben kann. Die entsprechenden Regeln sind im *Merkekasten* auf Folie 10 zusammengefasst. In Übung 1 auf Folie 11 können diese Regeln geübt und gefestigt werden.
In Beispiel 3 (→ Folie 12) geht es dann um eingeklammerte Summen bzw. Differenzen. Zunächst sollen die Schüler/innen eine Plus- bzw. Minusklammer berechnen und mit dem Ergebnis des entsprechenden klammerfreien Terms vergleichen. Anschließend sollen sie sich überlegen, nach welchen Regeln man eine Plus- bzw. Minusklammer auflösen kann. Die entsprechenden Regeln finden Sie im *Merkekasten* auf der Folie 12. In der Übung 2 auf Folie 13 können diese Regeln dann anhand entsprechender Terme geübt werden. Ein besonderer Aha-Effekt ist es, wenn die Schüler/innen diese Terme auf zweierlei Art berechnen: zunächst durch Auflösen der Klammern und anschließendem Vereinfachen der klammerfreien Summe. Und dann umgekehrt, indem zuerst der Klammerinhalt berechnet wird und anschließend die entsprechende Summe. Beide Varianten sind in der Lösung zu Übung 2 übersichtlich nebeneinander gestellt.

Zeitbedarf: ca. 2-3 Schulstunden; je nach Umfang der zusätzlichen Übungen aus dem Schulbuch auch mehr.

Kapitel 5: Multiplikation und Division rationaler Zahlen

Lernziele:
Die Schülerinnen und Schüler lernen, nach welchen Regeln man rationale Zahlen multipliziert und dividiert und warum man das so machen darf.

Hinweise zur Durchführung:
Beispiel 1 (→ Folie 14) veranschaulicht am Zahlenstrahl, wie man eine positive Zahl mit einer anderen positiven bzw. negativen Zahl multipliziert. Aufgrund der angegebenen Hilfestellung können Sie die Schüler/innen diese Aufgaben auch selbstständig bearbeiten lassen. In Beispiel 2 wird dann gezeigt, wie man das (weniger anschauliche) Produkt zweier negativer Zahlen berechnet. Dazu sollen die Schüler/innen in einer Reihe äquivalenter Gleichungen Lücken ergänzen (→ Folie 14). Insbesondere stärkere Schüler/innen können die Lösung dazu auch selbstständig herausfinden. Die Regeln der Multiplikation und Division rationaler Zahlen sind dann in dem *Merkekasten* auf Folie 15 zusammengefasst. An dieser Stelle sollten Sie insbesondere die schwächeren Schüler/innen ausdrücklich darauf hinweisen, dass man diese Regeln strikt von den Regeln der Addition und Subtraktion trennen muss. In den Übungen 1 und 2 auf den Folien 15 und 16 können abschließend die Multiplikations- und Divisionsregeln rationaler Zahlen in Form von Tabellen geübt werden.

Zeitbedarf: ca. 1-2 Schulstunden; je nach Umfang der zusätzlichen Übungen auch mehr.

Kapitel 6: Verknüpfung der Rechenarten

Lernziele:
Dieses Kapitel vermittelt die Regeln zur Berechnung von Termen, in denen gleichzeitig Klammern, Punkt- und Strichrechnungen vorkommen. Außerdem wird das Distributivgesetz vorgestellt.

Hinweise zur Durchführung:
Zunächst werden die Klammerregel und die Regel „Punkt-vor-Strich“ in einem *Merkekasten* vorgestellt. Beispiel 1 zeigt, wie man diese Regeln auf Terme mit rationalen Zahlen anwendet. In Übung 1 auf Folie 17 sind entsprechende Aufgaben dazu gestellt. Wie man Klammern auch mithilfe des Distributivgesetzes auflösen kann, zeigen der *Merkekasten* und Beispiel 2 auf Folie 18. Auch hier wartet auf die Schüler/innen ein besonderer Aha-Effekt, wenn sie jeweils ihr mit dem Distributivgesetz berechnetes Ergebnis mit dem auf herkömmliche Weise berechneten Ergebnis (zuerst Klammerinhalt berechnen) vergleichen. In Übung 2 auf Folie 18 finden Sie entsprechende Aufgaben dazu. Wie und warum man das Distributivgesetz rückwärts anwenden kann, stellt der *Merkekasten* auf Folie 19 vor. Anhand des Beispiels 3 können Sie den Schülerinnen und Schülern zeigen, wie man sich damit oft Rechenvorteile verschaffen kann. In den Aufgaben der Übung 3 können die Schüler/innen dann das Ausklammern trainieren. Zur Erleichterung des Ausklammerns hilft es, wenn die Schüler/innen zunächst den gemeinsamen Faktor farbig markieren. Lernschwächere Schüler/innen sollten erfahrungsgemäß ausdrücklich darauf hingewiesen werden, dass man den ausgeklammerten Faktor nur *einmal* vor die Klammer schreiben darf.

Zeitbedarf: ca. 1-2 Schulstunden; je nach Umfang der zusätzlichen Übungen auch mehr.

Checkliste - was man nun wissen sollte

Anhand der Fragen der Checkliste auf Folie 20 können Sie die Kenntnisse zum Thema *„Rationale Zahlen“* in kompakter Form abfragen und wiederholen. Auf diese Weise erhalten Ihre Schüler/innen einen guten Überblick über den eigenen Kenntnisstand. Die Antworten auf die Fragen finden Sie als Kopiervorlage in doppelter Ausführung, sodass Sie nur jeweils 1 Blatt für zwei Schüler/innen kopieren müssen.

Zeitbedarf: ca. 30 min.