




Terme mit Variablen:

Inhalt:

1. Die Bedeutung von Variablen	2
2. Addition und Subtraktion gleichartiger Terme.	4
3. Multiplikation und Division von einfachen Termen.	7
4. Ausmultiplizieren und Ausklammern	10
5. Multiplikation von zwei Summen	13
6. Die binomischen Formeln	15
7. Checkliste	20
8. Hinweise zur Durchführung	22

Die vorliegenden Folienvorlagen enthalten folgende Elemente:

 <p>Beispiel:</p>	Anhand von Beispielen werden neue Regeln, Definitionen und Kenntnisse eingeführt. Die Aufgaben in den Beispielen sind meist so gestellt, dass sie von den Schülerinnen und Schülern auch selbstständig bearbeitet werden können.
 <p>Merke:</p>	Die „Merkekästen“ stehen meist im Anschluss an ein einführendes Beispiel und fassen wichtige Regeln, Definitionen und Kenntnisse zusammen. Sie sollten von den Schülerinnen und Schülern unbedingt abgeschrieben werden.
 <p>Übung:</p>	Hier können die Schülerinnen und Schüler die gelernten Regeln und Kenntnisse üben und festigen. Im Anschluss an die Übungsaufgaben finden Sie jeweils die ausführlichen Lösungen dazu.

1. Die Bedeutung von Variablen



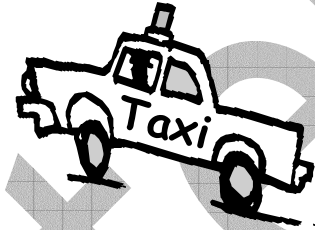
Beispiel 1:

Ein Taxifahrer ist ein Mathefan und berechnet für seine Kunden den Fahrpreis (in €) mit dem Ausdruck $2,5 \cdot x + 3$.

Darin steht der Platzhalter x für die Anzahl der gefahrenen Kilometer.

Wie viel kostet eine Taxifahrt für folgende Strecken:

8 km, 10 km, 12 km, 20 km, 30 km



Lösung:

Für $x = 8$ km: $2,5 \cdot 8 + 3 = 20 + 3 = 23$ €

Für $x = 10$ km: $2,5 \cdot 10 + 3 = 25 + 3 = 28$ €

Für $x = 12$ km: $2,5 \cdot 12 + 3 = 30 + 3 = 33$ €

Für $x = 20$ km: $2,5 \cdot 20 + 3 = 50 + 3 = 53$ €

Für $x = 30$ km: $2,5 \cdot 30 + 3 = 75 + 3 = 78$ €



Beispiel 2:

Bei einem Schulkonzert kostet eine Eintrittskarte 4,50 € für Schüler und 6 € für Erwachsene.

Die Mitglieder der Schulband haben herausgefunden, dass sie ihre Einnahmen mit dem Ausdruck $4,50 \cdot x + 6 \cdot y$ berechnen können, wenn sie für x die Zahl der Schüler und für y die Zahl der Erwachsenen einsetzen.

Wie viel Geld hat die Band an folgenden Konzertabenden eingenommen ?

Donnerstag: 82 Schüler und 48 Erwachsene

Freitag: 102 Schüler und 65 Erwachsene

Samstag: 180 Schüler und 90 Erwachsene

Lösung:

Donnerstag: $4,50 \cdot 82 + 6 \cdot 48 = 369 + 288 = 657$ €

Freitag: $4,50 \cdot 102 + 6 \cdot 65 = 459 + 390 = 849$ €

Samstag: $4,50 \cdot 180 + 6 \cdot 90 = 810 + 540 = 1350$ €



Merke: Terme mit Variablen

Einen Rechenausdruck, in dem neben Zahlen und Rechenoperationen (+ ; - ; mal; geteilt) auch Buchstaben bzw. Variablen (a, b, x, y, ...) vorkommen, nennt man einen Term mit Variablen. Darin sind die Variablen Platzhalter, für die verschiedene Zahlen eingesetzt werden dürfen. Durch Einsetzen von Zahlen erhält der Term einen bestimmten Wert. Es gibt Terme mit nur einer Variablen aber auch Terme mit mehreren Variablen.

**Übung 1:**

Setze im Term $3 \cdot x + 7$ für die Variable x jeweils die Zahlen der oberen Zeile ein und berechne den Wert des Terms.

Beachte: Negative Zahlen müssen beim Einsetzen eingeklammert werden.

x	-4	-1	0	2	11
$3 \cdot x + 7$					

Lösung:

x	-4	-1	0	2	11
$3 \cdot x + 7$	$3 \cdot (-4) + 7$ $= -12 + 7$ $= -5$	$3 \cdot (-1) + 7$ $= -3 + 7$ $= 4$	$3 \cdot 0 + 7$ $= 0 + 7$ $= 7$	$3 \cdot 2 + 7$ $= 6 + 7$ $= 13$	$3 \cdot 11 + 7$ $= 33 + 7$ $= 40$

**Übung 2:**

Welche Werte ergeben sich jeweils für den Term $4 \cdot x^2 - 5 \cdot y$, wenn man für x und y folgende Werte einsetzt ?

- a) $x = 3$ und $y = -4$ b) $x = -7$ und $y = 8$ c) $x = 0$ und $y = 1$

Lösung:

- a) $4 \cdot 3^2 - 5 \cdot (-4) = 4 \cdot 9 - (-20) = 36 + 20 = 56$
 b) $4 \cdot (-7)^2 - 5 \cdot 8 = 4 \cdot 49 - 40 = 196 - 40 = 156$
 c) $4 \cdot 0^2 - 5 \cdot 1 = 4 \cdot 0 - 5 = 0 - 5 = -5$

2. Addition und Subtraktion gleichartiger Terme



Beispiel 1:

a) Berechne die Werte der Terme $3 \cdot x + 5 \cdot x - 2 \cdot x$ und $6 \cdot x$ für folgende x -Werte. Was fällt auf ?

x	-7	-3	2	5
$3 \cdot x + 5 \cdot x - 2 \cdot x$				
$6 \cdot x$				

b) Formuliere eine Regel, mit der man Termsummen wie $3 \cdot x + 5 \cdot x - 2 \cdot x$ vereinfachen kann. (Denke an das Distributivgesetz.)

Lösung:

a) Man erhält jeweils das gleiche Ergebnis.

x	-7	-3	2	5
$3 \cdot x + 5 \cdot x - 2 \cdot x$	-42	-18	12	30
$6 \cdot x$	-42	-18	12	30

b) Zur Vereinfachung von Termen wie $3 \cdot x + 5 \cdot x - 2 \cdot x$ berechnet man die Summe bzw. Differenz der Vorfaktoren und schreibt das Ergebnis vor die gemeinsame Variable.

Es gilt: $3 \cdot x + 5 \cdot x - 2 \cdot x = (3 + 5 - 2) \cdot x = 6 \cdot x$

Merke: Addition und Subtraktion von Termen



Terme, die in der Variablen oder Buchstabengruppe übereinstimmen und sich höchstens in den Vorfaktoren (= Koeffizienten) unterscheiden, nennt man **gleichartige Terme**. Man addiert bzw. subtrahiert gleichartige Terme, indem man die Summe bzw. Differenz der Vorfaktoren berechnet. Es gilt: $a \cdot x + b \cdot x = (a + b) \cdot x$

Beachte:

- Gewöhnlich lässt man zwischen dem Vorfaktor und den Buchstaben den Malpunkt weg.
So gilt: $3 \cdot x = 3x$ oder $7 \cdot x \cdot y = 7xy$
- Hat eine Variable oder Buchstabengruppe keinen Vorfaktor, ist immer die „1“ gemeint.
So bedeutet: $+ x = + 1x$ oder $- xy = - 1xy$.



Übung 1:

Vereinfache folgende Termsummen:

a) $12y - 8y + 9y$

b) $-5z + 7z + z$

c) $7ab - 15ab + 23ab - ab$

Lösung:

a) $12y - 8y + 9y = (12 - 8 + 9)y = 13y$

b) $-5z + 7z + z = (-5 + 7 + 1)z = 3z$

c) $7ab - 15ab + 23ab - ab = (7 - 15 + 23 - 1)ab = 14ab$



Beispiel 2:

Herr Müller kauft Obst ein und legt 7 Äpfel und 5 Birnen in den Korb. Weil die Äpfel so saftig aussehen, nimmt er noch einmal 3 Stück. Von den Birnen hingegen legt er wieder zwei zurück, weil sie faul sind.

Veranschauliche Herrn Müllers Einkauf mit einem Term aus Obstsymbolen und vereinfache diesen so weit wie möglich.



Lösung:

$$7 \text{ Äpfel} + 5 \text{ Birnen} + 3 \text{ Äpfel} - 2 \text{ Birnen} = 10 \text{ Äpfel} + 3 \text{ Birnen}$$

Herr Müller hat am Ende 10 Äpfel und 3 Birnen im Einkaufskorb.

Merke: Äpfel kann man nicht mit Birnen addieren!



Beispiel 3:

Vereinfache folgende Terme so weit wie möglich. Denke an die „Obstrechnung“!

a) $-6x + 3y + 8x - 9y + 2y$

b) $8x + 10x^2 + 7x^2 - 12x$

c) $3ab + 5ab^2 - 9ba - 12ab^2$

Lösung:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \underline{-6x} + 3y + \underline{8x} - 9y + 2y \\ & = \underline{-6x} + \underline{8x} + 3y - 9y + 2y \\ & = \underline{2x} - 4y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & \underline{8x} + 10x^2 + 7x^2 - \underline{12x} \\ & = \underline{8x} - \underline{12x} + 10x^2 + 7x^2 \\ & = \underline{-4x} + 17x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & 3ab + 5ab^2 - 9ba - 12ab^2 \\ & = \underline{3ab} + 5ab^2 - \underline{9ab} - 12ab^2 \\ & = \underline{3ab} - \underline{9ab} + 5ab^2 - 12ab^2 \\ & = \underline{-6ab} - 7ab^2 \end{aligned}$$

Merke: Summen mit verschiedenartigen Termen

Kommen in einer Summe bzw. Differenz verschiedenartige Terme vor, kann man nur jeweils die gleichartigen Terme zusammenfassen. Zur besseren Übersicht sollte man jeweils die gleichartigen Terme *einschließlich* ihres Vorzeichens markieren.

Beachte:

- Buchstabengruppen sollte man alphabetisch sortieren. Zum Beispiel: $3ba = 3ab$ und $4xzy = 4xyz$
- Potenzen wie $5x^2$ können nur mit entsprechenden Potenztermen zusammengefasst werden, aber nicht mit Termen einer anderen Hochzahl wie $3x$ oder $4x^3$.

**Übung 2:**

Markiere gleichartige Terme mit der gleichen Farbe und vereinfache so weit wie möglich. Vorsicht: In d) müssen manche Terme zuerst alphabetisch geordnet werden!

- a) $-2t + 5s + 7t - 5 + 8s + 12$ b) $-x + x^2 - 7x + 10 - 5x^2 + 9x + 1$
 c) $6ab + 3ab^2 + ab - 8a^2b - 5ab^2 - 7ab$ d) $-x^2y + 4yx^2 + 5xy^2 - xy - 2x^2y - 4y^2x$

Lösung:

$$a) \quad -2t + 5s + 7t - 5 + 8s + 12 = 5t + 13s + 7$$

$$b) \quad -x + x^2 - 7x + 10 - 5x^2 + 9x + 1 = x - 4x^2 + 11$$

$$c) \quad 6ab + 3ab^2 + ab - 8a^2b - 5ab^2 - 7ab = -2ab^2 - 8a^2b \quad (\text{Die Summe der „ab“-Terme ergibt } 0!)$$

$$d) \quad -x^2y + 4yx^2 + 5xy^2 - xy - 2x^2y - 4y^2x \\
= -x^2y + 4x^2y + 5xy^2 - xy - 2x^2y - 4xy^2 \\
= x^2y + xy^2 - xy$$

3. Multiplikation und Division von einfachen Termen



Beispiel 1:

a) Berechne die Werte der Terme $4 \cdot 5x$ und $20x$ für folgende x -Werte. Was fällt auf ?

x	-10	-2	3	7
$4 \cdot 5x$				
$20x$				

b) Formuliere eine Regel, mit der man einen einfachen Term wie $5x$ mit einer Zahl multipliziert.

c) Versuche, diese Regel mit dem Assoziativgesetz der Multiplikation zu begründen:
„In einem Produkt dürfen Faktoren beliebig eingeklammert werden.“

Lösung:

a) Man erhält jeweils das gleiche Ergebnis.

x	-10	-2	3	7
$4 \cdot 5x$	$4 \cdot (-50) = -200$	$4 \cdot (-10) = -40$	$4 \cdot 15 = 60$	$4 \cdot 35 = 140$
$20x$	$20 \cdot (-10) = -200$	$20 \cdot (-2) = -40$	$20 \cdot 3 = 60$	$20 \cdot 7 = 140$

b) Man multipliziert einen einfachen Term wie $5x$ mit einer Zahl, indem man den Vorfaktor mit der Zahl multipliziert.

c) Es gilt: $4 \cdot 5x = 4 \cdot 5 \cdot x = (4 \cdot 5) \cdot x = 20x$



Beispiel 2:

a) Berechne die Werte der Terme $18x : 6$ und $3x$ für folgende x -Werte. Was fällt auf ?

x	-4	-2	3	5
$18x : 6$				
$3x$				

b) Formuliere eine Regel, mit der man einen einfachen Term wie $18x$ durch eine Zahl dividiert.

c) Versuche, diese Regel zu begründen, indem du in folgender Gleichung die Lücken ergänzt:

$$ax : c = \frac{a \cdot x}{c} = \text{---} \cdot x = (\text{---} : \text{---}) \cdot x$$

Lösung:

a) Man erhält jeweils das gleiche Ergebnis.

x	-4	-2	3	5
$18x : 6$	$-72 : 6 = -12$	$-36 : 6 = -6$	$54 : 6 = 9$	$90 : 6 = 15$
3x	-12	-6	9	15

b) Man dividiert einen einfachen Term wie $18x$ durch eine Zahl, indem man den Vorfaktor durch die Zahl dividiert.

Es gilt: $18x : 6 = (18 : 6) \cdot x = 3x$

c) Es gilt allgemein: $ax : c = \frac{a \cdot x}{c} = \frac{a}{c} \cdot x = (a : c) \cdot x$

Merke: Multiplikation und Division von einfachen Termen



- Man multipliziert einen Term ax mit einer Zahl b , indem man den Vorfaktor a mit der Zahl b multipliziert.

Es gilt: $b \cdot ax = (b \cdot a)x$ bzw. $ax \cdot b = (a \cdot b)x$

- Man dividiert einen Term ax durch eine Zahl b , indem man den Vorfaktor a durch die Zahl b dividiert.

Es gilt: $ax : b = (a : b)x$



Übung 1:

Vereinfache. Beachte die Vorzeichenregeln und die Regel „Punkt-vor-Strich“, wo nötig.

a) $9 \cdot 7y$

b) $8x \cdot (-6)$

c) $-15 \cdot 3z$

d) $-12a \cdot (-6)$

e) $2 \cdot 5x + 4 \cdot 7x$

f) $-9 \cdot 4y + 7y \cdot 11$

g) $-16 \cdot 4x + 2x \cdot (-8)$

h) $-21b : (-3) - 4b \cdot (-3)$

Lösung:

a) $9 \cdot 7y = 63y$

b) $8x \cdot (-6) = -48x$

c) $-15 \cdot 3z = -45z$

d) $-12a \cdot (-6) = 72a$

e) $2 \cdot 5x + 4 \cdot 7x = 10x + 28x = 38x$

f) $-9 \cdot 4y + 7y \cdot 11 = -36y + 77y = 41y$

g) $-16 \cdot 4x + 2x \cdot (-8) = -64x - 16x = -80x$

h) $-21b : (-3) - 4b \cdot (-3) = 7b + 12b = 19b$



Beispiel 3:

a)

Stelle zwei unterschiedliche Terme auf, um den Flächeninhalt des großen Rechtecks zu beschreiben.



b)

Vergleiche die Terme aus a) und stelle eine Regel auf, wie man Produkte der Art $5x \cdot 7y$ vereinfachen kann. Begründe diese Regel mit dem Kommutativgesetz der Multiplikation: „In einem Produkt dürfen die Faktoren beliebig vertauscht werden.“

Lösung:

a) Für den Flächeninhalt A des Rechtecks gilt sowohl $A = 4a \cdot 3b$ als auch $A = 12 \cdot a \cdot b$.

b) Ein Produkt der Art $4a \cdot 3b$ oder $5x \cdot 7y$ wird vereinfacht, indem man das Produkt der Vorfaktoren berechnet.

Begründung: $4a \cdot 3b = 4 \cdot a \cdot 3 \cdot b = 4 \cdot 3 \cdot a \cdot b = 12ab$ bzw. $5x \cdot 7y = 5 \cdot x \cdot 7 \cdot y = 5 \cdot 7 \cdot x \cdot y = 35xy$

Merke: Multiplikation zweier einfacher Terme



Man multipliziert einen Term „ ax “ mit einem anderen Term „ by “, indem man das Produkt der Vorfaktoren a und b berechnet.

Es gilt: $ax \cdot by = (a \cdot b)xy$

Beachte: Gleiche Variablen können in einem Produkt zu einer Potenz zusammengefasst werden.

Zum Beispiel: $x \cdot x = x^2$ oder $x^2 \cdot x = x^3$



Übung 2:

Vereinfache. Beachte die Vorzeichenregeln.

a) $6x \cdot 5y$

b) $7v \cdot (-8w)$

c) $-12a \cdot 5ab$

d) $-3a \cdot (-2b) \cdot 8a$

Lösung:

a) $6x \cdot 5y = 30xy$

b) $7v \cdot (-8w) = -56vw$

c) $-12b \cdot 5ab = -60ab^2$

d) $-3x \cdot (-2y) \cdot 8x = 48x^2y$

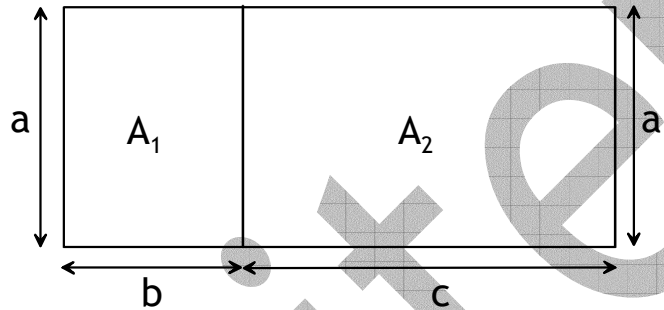
4. Ausmultiplizieren und Ausklammern



Beispiel 1:

a) Überlege dir zwei Terme, um den Flächeninhalt des äußeren Rechtecks zu beschreiben.

b) Was folgt aus dem Vergleich der beiden Terme? Welches mathematische Gesetz steckt dahinter?



Lösung:

a) Es gilt: $A_{\text{gesamt}} = a \cdot (b + c)$ und $A_{\text{gesamt}} = A_1 + A_2 = a \cdot b + a \cdot c$

b) Es muss gelten: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$. Das ist das Distributivgesetz der Multiplikation.

Merke: Ausmultiplizieren



Eine eingeklammerte Summe oder Differenz wird mit einer Zahl oder einem einfachen Term multipliziert, indem man jeden Summanden *in* der Klammer mit dem Term *außerhalb* der Klammer multipliziert. Man nennt dies „Ausmultiplizieren“. Es gilt das Distributivgesetz:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad \text{bzw.} \quad (b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$$

Wenn der Faktor außerhalb der Klammer ein Vorzeichen hat, muss man die Vorzeichenregeln der Multiplikation beachten:

$$+ a \cdot (b + c) = + a \cdot b + a \cdot c \quad \text{und} \quad + a \cdot (b - c) = + a \cdot b - a \cdot c$$

$$- a \cdot (b + c) = - a \cdot b - a \cdot c \quad \text{und} \quad - a \cdot (b - c) = - a \cdot b + a \cdot c$$



Übung 1:

Multipliziere aus.

a) $7x \cdot (5 + 2y)$

b) $9x \cdot (3y - 2x)$

c) $(-4r - 7s) \cdot 3rs$

d) $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}x - 6y\right)$

e) $8a \cdot (2a - 3b + 4ab)$

f) $(5x^2 - 7xy + 9x) \cdot 2y$

Lösung:

a) $7x \cdot (5 + 2y) = 7x \cdot 5 + 7x \cdot 2y = 35x + 14xy$

b) $9x \cdot (3y - 2x) = 9x \cdot 3y - 9x \cdot 2x = 27xy - 18x^2$

c) $(-4r - 7s) \cdot 3rs = -4r \cdot 3rs - 7s \cdot 3rs = -12r^2s - 21rs^2$

d) $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}x - 6y\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}x - \frac{2}{3} \cdot 6y = \frac{1}{2}x - 4y$

e) $8a \cdot (2a - 3b + 4ab) = 8a \cdot 2a - 8a \cdot 3b + 8a \cdot 4ab = 16a^2 - 24ab + 32a^2b$

f) $(5x^2 - 7xy + 9x) \cdot 2y = 5x^2 \cdot 2y - 7xy \cdot 2y + 9x \cdot 2y = 10x^2y - 14xy^2 + 18xy$

Merke: Hilfreiche Klammern

Wenn der Faktor vor der Klammer ein Vorzeichen hat, kann man mithilfe zusätzlicher Klammern auch schrittweise ausmultiplizieren. Zum Beispiel:

$$-a \cdot (b + c) = -[a \cdot (b + c)] = -[a \cdot b + a \cdot c] = -a \cdot b - a \cdot c$$

oder

$$-a \cdot (b - c) = -[a \cdot (b - c)] = -[a \cdot b - a \cdot c] = -a \cdot b + a \cdot c$$

Beachte: Minusklammern werden aufgelöst, indem man Plus- und Minuszeichen in der Klammer umdreht.

**Übung 2:**

Multipliziere aus und vereinfache so weit wie möglich. Beachte die Vorzeichenregeln der Multiplikation oder füge zusätzliche Klammern ein.

a) $-8a \cdot (6a - 7b)$

b) $-4 \cdot (-9x + 5y)$

c) $3x - 2 \cdot (5x - y)$

d) $12x - (2x - 3y) \cdot (-7)$

e) $3 \cdot (7v - 2w) + 7 \cdot (-2v + w)$

f) $5x \cdot (x + y) - 6y \cdot (-y + x)$

Lösung:

a) $-8a \cdot (6a - 7b) = -[8a \cdot (6a - 7b)] = -[48a^2 - 56ab] = -48a^2 + 56ab$

b) $-4 \cdot (-9x + 5y) = -[4 \cdot (-9x + 5y)] = -[-36x + 20y] = +36x - 20y$

c) $3x - 2 \cdot (5x - y) = 3x - [2 \cdot (5x - y)] = 3x - [10x - 2y] = 3x - 10x + 2y = -7x + 2y$

$$d) 12x - (2x - 3y) \cdot (-7) = 12x - (-14x + 21y) = 12x + 14x - 21y = \mathbf{26x - 21y}$$

$$e) 3 \cdot (7v - 2w) + 7 \cdot (-2v + w) = 21v - 6w + (-14v) + 7w = 21v - 6w - 14v + 7w = \mathbf{7v + w}$$

$$f) 5x \cdot (x + y) - 6y \cdot (-y + x) = 5x^2 + 5xy - [6y \cdot (-y + x)] = 5x^2 + 5xy - [-6y^2 + 6xy] \\ = 5x^2 + 5xy + 6y^2 - 6xy \\ = \mathbf{5x^2 - xy + 6y^2}$$

Merke: Ausklammern



Wenn in den Summanden einer Summe bzw. Differenz gemeinsame Faktoren vorkommen, kann man das Distributivgesetz rückwärts anwenden. Man spricht dann von „Ausklammern“. Es gilt:

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c) \quad \text{bzw.} \quad a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c)$$



Übung 3:

Klammere geeignete Faktoren aus.

a) $5x \cdot 3 + 7y \cdot 3$

b) $15a - 25b$

c) $-24xy + 18x$

d) $36xy - 27x^2$

e) $21xy + 7x$

f) $-48x^2y^3 - 32x^3y^2$

Lösung:

a) $5x \cdot 3 + 7y \cdot 3 = 3 \cdot (5x + 7y)$

b) $15a - 25b = 5 \cdot 3a - 5 \cdot 5b = 5 \cdot (3a - 5b)$

c) $-24xy + 18x = -6x \cdot 4y + 6x \cdot 3 = 6x \cdot (-4y + 3)$

d) $36xy - 27x^2 = 9x \cdot 4y - 9x \cdot 3x = 9x \cdot (4y - 3x)$

e) $21xy + 7x = 7x \cdot 3y + 7x = 7x \cdot (3y + 1)$ Beachte: $7x = 7x \cdot 1$

f) $-48x^2y^3 - 32x^3y^2 = -16x^2y^2 \cdot 3y - 16x^2y^2 \cdot 2x \\ = 16x^2y^2 \cdot (-3y - 2x) \\ = -16x^2y^2 \cdot (3y + 2x)$

5. Multiplikation von zwei Summen

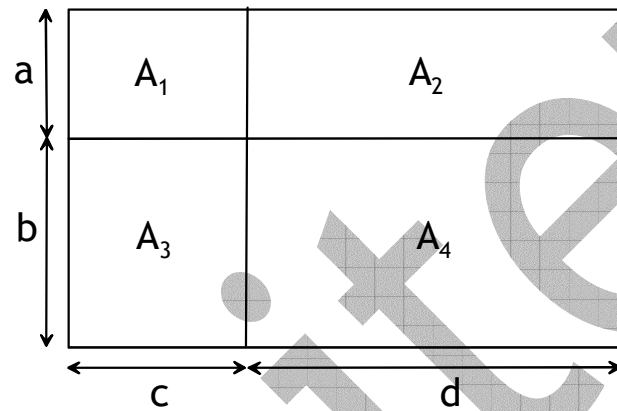


Beispiel 1:

a) Drücke folgende Gleichung mit den Variablen a , b , c und d aus:

$$A_{\text{gesamt}} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

b) Beschreibe anhand dieser Gleichung, wie man zwei Summen miteinander multipliziert.

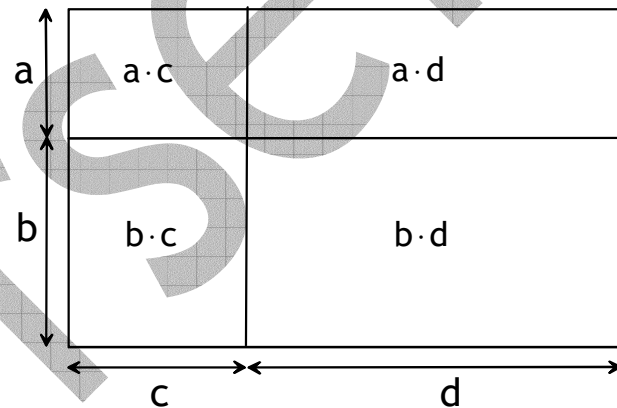


Lösung:

a) Mit $A_{\text{gesamt}} = (a + b) \cdot (c + d)$ erhält man:

$$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$$

b) Man multipliziert zwei Summen miteinander, indem man jeden Summanden der ersten Summe mit jedem Summanden der zweiten Summe multipliziert.



Merke: Multiplikation von zwei Summen



Zwei Summen werden miteinander multipliziert, indem man jeden Summanden der ersten Summe mit jedem Summanden der zweiten Summe multipliziert:

$$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$$

Bei Differenzen müssen die Vorzeichenregeln der Multiplikation beachtet werden:

$$(a + b) \cdot (c - d) = a \cdot c - a \cdot d + b \cdot c - b \cdot d$$

$$(a - b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d - b \cdot c - b \cdot d$$

$$(a - b) \cdot (c - d) = a \cdot c - a \cdot d - b \cdot c + b \cdot d$$



Übung 1:

Multipliziere aus und vereinfache so weit wie möglich.

a) $(x + 5) \cdot (3y - 2)$

b) $(2x - 5y) \cdot (8y + 3x)$

c) $(7v - 3w) \cdot (5v - 4w)$

Lösung:

a) $(x + 5) \cdot (3y - 2) = 3xy - 2x + 15y - 10$

b) $(2x - 5y) \cdot (8y + 3x) = 16xy + 6x^2 - 40y^2 - 15xy = xy + 6x^2 - 40y^2$

c) $(7v - 4w) \cdot (5v - 2w) = 35v^2 - 14vw - 20vw + 8w^2 = 35v^2 - 34vw + 8w^2$

Merke: Wenn vor einem Produkt zweier Summen bzw. Differenzen ein Minuszeichen steht, muss man zusätzliche Klammern setzen, um Vorzeichenfehler zu vermeiden. Zum Beispiel:



$$\begin{aligned} - (a + b) \cdot (c + d) &= - [(a + b) \cdot (c + d)] \\ &= - [a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d] \\ &= - a \cdot c - a \cdot d - b \cdot c - b \cdot d \end{aligned}$$



Übung 2:

Multipliziere aus und vereinfache so weit wie möglich. Achte auf die Minuskammern.

a) $3x - (2x + 5) \cdot (7 - x)$

b) $12r - (6 - 4r) \cdot (r - 1)$

c) $-3v \cdot (5 - w) - (5v + 1) \cdot (2w - v)$

Lösung:

$$\begin{aligned} \text{a) } 3x - [(2x + 5) \cdot (7 - x)] &= 3x - [14x - 2x^2 + 35 - 5x] \\ &= 3x - [9x - 2x^2 + 35] \\ &= 3x - 9x + 2x^2 - 35 = -6x + 2x^2 - 35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 12r - [(6 - 4r) \cdot (r - 1)] &= 12r - [6r - 6 - 4r^2 + 4r] \\ &= 12r - [10r - 6 - 4r^2] \\ &= 12r - 10r + 6 + 4r^2 = 2r + 6 + 4r^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } -3v \cdot (5 - w) - [(5v + 1) \cdot (2w - v)] &= -15v + 3w - [10vw - 5v^2 + 2w - v] \\ &= -15v + 3w - 10vw + 5v^2 - 2w + v \\ &= -14v + w - 10vw + 5v^2 \end{aligned}$$

6. Die binomischen Formeln



Beispiel 1:

Multipliziere aus und vereinfache so weit wie möglich.

$$(I) \quad (a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = \dots$$

$$(II) \quad (a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = \dots$$

$$(III) \quad (a + b) \cdot (a - b) = \dots$$

Lösung:

$$(I) \quad (a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + a \cdot b + b \cdot a + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(II) \quad (a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = a^2 - a \cdot b - b \cdot a + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(III) \quad (a + b) \cdot (a - b) = a^2 - a \cdot b + b \cdot a - b^2 = a^2 - b^2$$

Merke: Die binomischen Formeln



Quadratklammern und Produkte folgender Art können immer auf die gleiche Weise vereinfacht werden. Es gilt:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \mathbf{1. \text{ binomische Formel}}$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \mathbf{2. \text{ binomische Formel}}$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \quad \mathbf{3. \text{ binomische Formel}}$$

Beachte folgende Sonderfälle:

$$(-a + b)^2 = (b - a)^2$$

$$(-a - b)^2 = [-(a + b)]^2 = (a + b)^2$$



Übung 1:

Notiere zuerst, welcher Term der Variablen „a“ bzw. der Variablen „b“ in den binomischen Formeln entspricht. Setze dann in die richtige binomische Formel ein und vereinfache.

$$a) \quad (x + 5)^2 = \dots$$

$$b) \quad (2x + 3y)^2 = \dots$$

$$c) \quad (5v - 7)^2 = \dots$$

$$d) \quad (8 + 2x)(8 - 2x) = \dots$$

$$e) \quad (-6 + 4x)^2 = \dots$$

$$f) \quad (-9r - 4s)^2 = \dots$$

Lösung:

a) In $(x + 5)^2$ ist $a = x$ und $b = 5$. Einsetzen in die **1. binomische Formel** ergibt:

$$(x + 5)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = \underline{x^2 + 10x + 25}$$

b) In $(2x + 3y)^2$ ist $a = 2x$ und $b = 3y$. Einsetzen in die **1. binomische Formel** ergibt:

$$(2x + 3y)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 = \underline{4x^2 + 12xy + 9y^2}$$

c) In $(5v - 7)^2$ ist $a = 5v$ und $b = 7$. Einsetzen in die **2. binomische Formel** ergibt:

$$(5v - 7)^2 = (5v)^2 - 2 \cdot 5v \cdot 7 + 7^2 = \underline{25v^2 - 70v + 49}$$

d) In $(8 + 2x)(8 - 2x)$ ist $a = 8$ und $b = 2x$. Einsetzen in die **3. binomische Formel** ergibt:

$$(8 + 2x)(8 - 2x) = 8^2 - (2x)^2 = \underline{64 - 4x^2}$$

e) Es ist: $(-6 + 4x)^2 = (4x - 6)^2$ mit $a = 4x$ und $b = 6$. Einsetzen in die **2. binom. Formel** ergibt:

$$(4x - 6)^2 = (4x)^2 - 2 \cdot 4x \cdot 6 + 6^2 = \underline{16x^2 - 48x + 36}$$

f) Es ist: $(-9r - 4s)^2 = (9r + 4s)^2$ mit $a = 9r$ und $b = 4s$. Einsetzen in die **1. binom. Formel** ergibt:

$$(9r + 4s)^2 = (9r)^2 + 2 \cdot 9r \cdot 4s + (4s)^2 = \underline{81r^2 + 72rs + 16s^2}$$

**Übung 2:**

Vereinfache möglichst ohne Zwischenschritte.

a) $(6z + 2y)^2 = \dots$

b) $(5p - 4q)^2 = \dots$

c) $(2 + 3r)(2 - 3r) = \dots$

d) $(10 - 5x)^2 = \dots$

e) $(-7y + x)^2 = \dots$

f) $(-8w - 10v)^2 = \dots$

Lösung:

a) $(6z + 2y)^2 = \underline{36z^2 + 24yz + 4y^2}$

b) $(5p - 4q)^2 = \underline{25p^2 - 40pq + 16q^2}$

c) $(2 + 3r)(2 - 3r) = \underline{4 - 9r^2}$

d) $(10 - 5x)^2 = \underline{100 - 100x + 25x^2}$

e) $(-7y + x)^2 = (x - 7y)^2 = \underline{x^2 - 14y + 49y^2}$

f) $(-8w - 10v)^2 = (8w + 10v)^2 = \underline{64w^2 + 160vw + 100v^2}$

Merke: Vorsicht bei Minusklammern

Wenn vor einer Quadratklammer ein Minuszeichen steht, muss man zusätzliche Klammern setzen:

$$-(a + b)^2 = - [(a + b)^2]$$

$$-(a - b)^2 = - [(a - b)^2]$$

Das Gleiche gilt bei der 3. binomischen Formel:

$$-(a + b)(a - b) = - [(a + b)(a - b)]$$

**Übung 3:**

Vereinfache. Achte auf die Minusklammern.

a) $4x^2 - (x + 3)^2 = \dots$

b) $(7y - x)^2 - (2x - 3y)^2 = \dots$

c) $64 - (8 + 5v)(8 - 5v) = \dots$

d) $-(5r + s)^2 - (10s - 3r)^2 = \dots$

Lösung:

$$\begin{aligned} \text{a) } & 4x^2 - [(x + 3)^2] \\ & = 4x^2 - [x^2 + 6x + 9] \\ & = 4x^2 - x^2 - 6x - 9 \\ & = 3x^2 - 6x - 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & (7y - x)^2 - [(2x - 3y)^2] \\ & = 49y^2 - 14xy + x^2 - [4x^2 - 12xy + 9y^2] \\ & = 49y^2 - 14xy + x^2 - 4x^2 + 12xy - 9y^2 \\ & = 40y^2 - 2xy - 3x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & 64 - [(8 + 5v)(8 - 5v)] \\ & = 64 - [64 - 25v^2] \\ & = 64 - 64 + 25v^2 \\ & = 25v^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & -[(5r + s)^2] - [(10s - 3r)^2] \\ & = -[25r^2 + 10rs + s^2] - [100s^2 - 60rs + 9r^2] \\ & = -25r^2 - 10rs - s^2 - 100s^2 + 60rs - 9r^2 \\ & = -34r^2 + 50rs - 101s^2 \end{aligned}$$

**Beispiel 2:**

Ergänze die Lücken. Welche binomische Formel wird jeweils benötigt ?

a) $9x^2 + 12x + 4 = (\square + \square)^2$

b) $25v^2 - 40vw + 16w^2 = (\square - \square)^2$

c) $81r^2 - 49s^2 = (\square + \square) (\square - \square)$

Lösung:

- a) $9x^2 + 12x + 4 = (3x + 2)^2$ 1. binomische Formel
 b) $25v^2 - 40vw + 16w^2 = (5v - 4w)^2$ 2. binomische Formel
 c) $81r^2 - 49s^2 = (9r + 7s)(9r - 7s)$ 3. binomische Formel

Merke: Faktorisieren mit den binomischen Formeln

Eine Summe, die aus zwei Quadraten und einem passenden gemischten Term besteht, kann mit der 1. oder 2. binomischen Formel in ein Produkt verwandelt (= faktorisiert) werden.

Die Differenz zweier Quadrate kann mit der 3. binomischen Formel in ein Produkt verwandelt werden.

**Übung 4:**

Notiere zuerst, welcher Term der Variablen „a“ bzw. der Variablen „b“ in der benötigten binomischen Formel entspricht. Faktoriere dann.

- a) $x^2 + 8x + 16 = \dots$ b) $4p^2 - 12pq + 9q^2 = \dots$
 c) $36y^2 + 12y + 1 = \dots$ d) $64v^2 - 49w^2 = \dots$

Lösung:

- a) 1. binomische Formel. Mit $a = x$ und $b = 4$ ist: $x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$
 b) 2. binomische Formel. Mit $a = 2p$ und $b = 3q$ ist: $4p^2 - 12pq + 9q^2 = (2p - 3q)^2$
 c) 1. binomische Formel. Mit $a = 6y$ und $b = 1$ ist: $36y^2 + 12y + 1 = (6y + 1)^2$; beachte: $1 = 1^2$
 d) 3. binomische Formel. Mit $a = 8v$ und $b = 7w$ ist: $64v^2 - 49w^2 = (8v + 7w)(8v - 7w)$



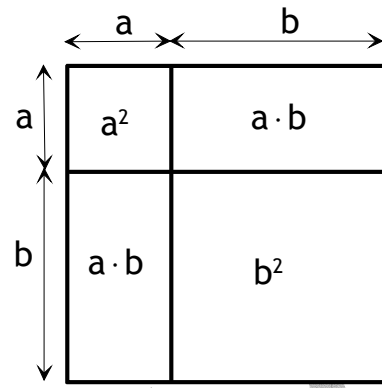
Beispiel 1:

Überlege dir zwei Terme, um den Flächeninhalt A des äußeren Quadrats zu beschreiben.
Was folgt daraus ?

Lösung:

Es gilt: $A = (a + b)^2$ und $A = a^2 + 2ab + b^2$

$$\Rightarrow (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



Beispiel 2:

Wie kann man den Flächeninhalt A des markierten Quadrats noch beschreiben ?

Welche Gleichung ergibt sich damit ?

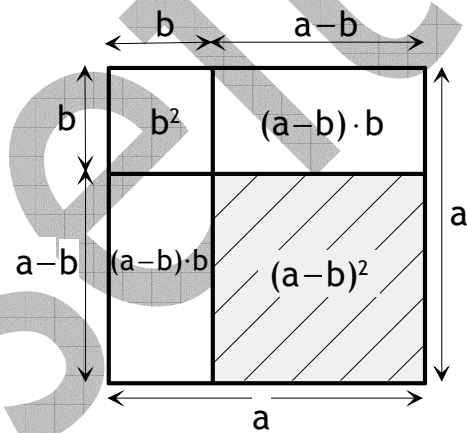
Benutze dazu die Flächeninhalte des äußeren Quadrats, des weißen Quadrats und der beiden weißen Rechtecke.

Lösung:

Für $A = (a - b)^2$ gilt auch:

$$A = a^2 - 2(a - b) \cdot b - b^2 = a^2 - 2(ab - b^2) - b^2 = a^2 - 2ab + 2b^2 - b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\Rightarrow (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$



Beispiel 3:

Beschreibe den Flächeninhalt der markierten Fläche mit den Variablen a und b auf zwei verschiedene Arten. Was folgt daraus ?

Beachte: In Figur 2 wird die Flächenformel für Trapeze benötigt.

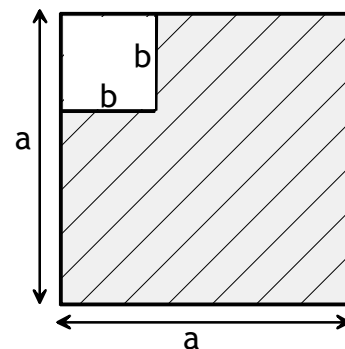
Lösung:

Figur 1: $A = a^2 - b^2$

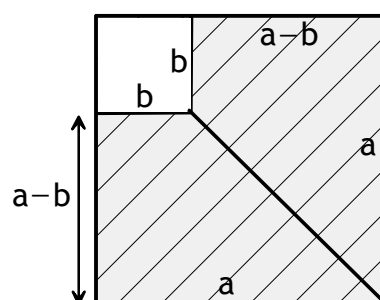
Figur 2: $A = 2 \cdot A_T$; mit $A_T = \frac{1}{2} (a + b) (a - b)$ folgt:

$$A = 2 \cdot \frac{1}{2} (a + b) (a - b) = (a + b) (a - b)$$

$$\Rightarrow (a + b) (a - b) = a^2 - b^2$$



Figur 1



Figur 2

1) Welche Bedeutung haben Buchstaben bzw. Variablen in einem Rechenausdruck ?

2) Was muss man beachten, wenn man eine negative Zahl für eine Variable einsetzt ?

3) Wie addiert bzw. subtrahiert man Summen bzw. Differenzen der Art $ax + bx$ bzw. $ax - bx$?

4) Was muss man beachten, wenn eine Variable in einem Rechenausdruck keinen Vorfaktor hat ?
Beispielsweise in $2x + x$.

5) An welchen Stellen wurden in „9abc“ die Malpunkte weggelassen ?

6) Nach welcher Regel vereinfacht man Summen bzw. Differenzen, in denen verschiedenartige Terme vorkommen ?

7) Nach welcher Regel multipliziert man einen Term der Art „ax“ mit einer Zahl b ?
Nach welcher Regel dividiert man einen Term der Art „ax“ durch eine Zahl b ?

8) Wie multipliziert man einen Term „ax“ mit einem anderen Term „by“ ?

9) Wie multipliziert man Summen bzw. Differenzen der Art $a \cdot (b + c)$ bzw. $a \cdot (b - c)$ aus ?

10) Was muss man beachten, wenn der Faktor außerhalb einer Klammer ein Minuszeichen hat ?
Beispielsweise in „ $-a \cdot (b + c)$ “ ?

11) Wann kann man in einer Summe bzw. Differenz einen Faktor ausklammern ? Gib die allgemeine Regel an.

12) Wie multipliziert man zwei Summen bzw. Differenzen miteinander ? Was muss man bei Minuskammern beachten - beispielsweise in „ $-(a + b) \cdot (c + d)$ “ ?

13) Wie lauten die drei binomischen Formeln ?

Antworten zur Checkliste:

- 1) Buchstaben bzw. Variablen sind Platzhalter, in die bestimmte Zahlen eingesetzt werden dürfen. Dadurch erhält ein Term einen Wert.
- 2) Beim Einsetzen einer negativen Zahl muss man diese in Klammern setzen.
- 3) Man addiert bzw. subtrahiert die Vorfaktoren: $ax + bx = (a + b)x$ bzw. $ax - bx = (a - b)x$
- 4) Wenn der Vorfaktor fehlt, ist immer „1“ gemeint. Es gilt: $2x + x = 2x + 1x$
- 5) Zwischen dem Vorfaktor und den Variablen werden gewöhnlich die Malpunkte weggelassen.
So bedeutet $9abc$ das Gleiche wie $9 \cdot a \cdot b \cdot c$.
- 6) Man kann nur die gleichartigen Summanden (einschließlich der Vorzeichen) zusammenfassen.
- 7) Man multipliziert den Vorfaktor a mit der Zahl b . Es gilt: $ax \cdot b = (a \cdot b) x$
Man dividiert den Vorfaktor a durch die Zahl b . Es gilt: $ax : b = (a : b) x$
- 8) Man multipliziert die Vorfaktoren miteinander. Es gilt: $ax \cdot by = (a \cdot b)xy$
- 9) Es gilt das Distributivgesetz: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ bzw. $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$
- 10) Man muss die Vorzeichenregeln der Multiplikation beachten oder zusätzliche Klammern setzen:
 $- a \cdot (b + c) = - [a \cdot (b + c)] = -[ab + ac] = -ab - ac$
- 11) Nur, wenn dieser Faktor in *allen* Summanden vorkommt. Es gilt: $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$
- 12) Man multipliziert jeden Summanden der ersten Summe mit jedem Summanden der zweiten Summe. Wenn Minuszeichen vorkommen, muss man die Vorzeichenregeln der Multiplikation beachten. Bei einer Minusklammern muss man zusätzliche Klammern setzen: $- [(a + b) \cdot (c + d)]$
- 13) $(a + b)^2 = a^2 + 2a b + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - 2a b + b^2$; $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

✕

Antworten zur Checkliste:

- 1) Buchstaben bzw. Variablen sind Platzhalter, in die bestimmte Zahlen eingesetzt werden dürfen. Dadurch erhält ein Term einen Wert.
- 2) Beim Einsetzen einer negativen Zahl muss man diese in Klammern setzen.
- 3) Man addiert bzw. subtrahiert die Vorfaktoren: $ax + bx = (a + b)x$ bzw. $ax - bx = (a - b)x$
- 4) Wenn der Vorfaktor fehlt, ist immer „1“ gemeint. Es gilt: $2x + x = 2x + 1x$
- 5) Zwischen dem Vorfaktor und den Variablen werden gewöhnlich die Malpunkte weggelassen.
So bedeutet $9abc$ das Gleiche wie $9 \cdot a \cdot b \cdot c$.
- 6) Man kann nur die gleichartigen Summanden (einschließlich der Vorzeichen) zusammenfassen.
- 7) Man multipliziert den Vorfaktor a mit der Zahl b . Es gilt: $ax \cdot b = (a \cdot b) x$
Man dividiert den Vorfaktor a durch die Zahl b . Es gilt: $ax : b = (a : b) x$
- 8) Man multipliziert die Vorfaktoren miteinander. Es gilt: $ax \cdot by = (a \cdot b)xy$
- 9) Es gilt das Distributivgesetz: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ bzw. $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$
- 10) Man muss die Vorzeichenregeln der Multiplikation beachten oder zusätzliche Klammern setzen:
 $- a \cdot (b + c) = - [a \cdot (b + c)] = -[ab + ac] = -ab - ac$
- 11) Nur, wenn dieser Faktor in *allen* Summanden vorkommt. Es gilt: $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$
- 12) Man multipliziert jeden Summanden der ersten Summe mit jedem Summanden der zweiten Summe. Wenn Minuszeichen vorkommen, muss man die Vorzeichenregeln der Multiplikation beachten. Bei einer Minusklammern muss man zusätzliche Klammern setzen: $- [(a + b) \cdot (c + d)]$
- 13) $(a + b)^2 = a^2 + 2a b + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - 2a b + b^2$; $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

Sehr geehrte Lehrerinnen und Lehrer,

mit diesen Folienvorlagen können Sie Ihren Schülerinnen und Schülern effektiv und kräfteschonend das Thema „Terme mit Variablen“ vermitteln. Alle OHP-Folien sind so konzipiert, dass Ihnen aufwendige Erklärungen an der Tafel erspart bleiben.

Jedes Kapitel beginnt mit einem einführenden Beispiel, mit dessen Hilfe sich die Schüler/innen die jeweiligen Regeln und Kenntnisse selbstständig erarbeiten können. Wichtige mathematische Sätze und Zusammenfassungen sind in „Merkekästen“ hervorgehoben, die Ihre Schüler/innen direkt von der Folie abschreiben können. Im Anschluss daran folgen jeweils Übungsaufgaben mit ausführlichen Lösungen. Am Ende der Unterrichtseinheit finden Sie eine Checkliste, mit der die Schüler/innen den eigenen Kenntnisstand in kompakter Form überprüfen und wiederholen können.

Wie Sie nun die einzelnen Folien optimal im Unterricht einsetzen, zeigen Ihnen folgende Hinweise und Anmerkungen.

Kapitel 1: Die Bedeutung von Variablen

Lernziele:

Die Schülerinnen und Schüler werden mit Variablen als Platzhalter für Zahlen vertraut gemacht.

Hinweise zur Durchführung:

Die zwei einführenden Beispiele zeigen den Schülerinnen und Schülern, wo im täglichen Leben Terme mit Variablen eine Rolle spielen können. Beide Beispiele sind so einfach, dass sie von den Schülerinnen und Schülern selbstständig bearbeitet werden können. In dem *Merkekasten* auf Folie 3 wird dann definiert, was Terme mit Variablen sind. Entsprechende Übungen zum Einsetzen von Zahlen und Berechnen von Termen finden Sie auf Folie 3. Insbesondere schwächere Schüler/innen sollten darauf hingewiesen werden, dass man negative Zahlen beim Einsetzen einklammern muss. Auch die Regel „Punkt-vor-Strich“ und die Bedeutung der Potenzschreibweise müssen an dieser Stelle erfahrungsgemäß noch einmal kurz wiederholt werden (→ Übung 2).

Zeitbedarf: ca. 1-2 Schulstunden; je nach Umfang der zusätzlichen Übungen aus dem Schulbuch auch mehr.

Kapitel 2: Addition und Subtraktion gleichartiger Terme

Lernziele:

Die Schüler/innen lernen, wie man in Summen bzw. Differenzen gleichartige Terme zusammenfassen kann.

Hinweise zur Durchführung:

Mithilfe des Beispiels 1 (→ Folie 4) können Sie die Schüler/innen erkunden lassen, nach welcher Regel

man eine Summe bzw. Differenz gleichartiger Terme vereinfachen kann. Die Regel zur Addition bzw. Subtraktion gleichartiger Terme ist dann im *Merkekasten* auf Folie 4 zusammengefasst und sollte von den Schülerinnen und Schülern abgeschrieben werden. Darüber hinaus erinnert der *Merkekasten* an die fehlenden Malpunkte in Termen der Art „ax“ und an den fehlenden Vorfaktor „1“ bei Termen der Art „+x“. Das wird beim Vereinfachen von Termsummen leider auch immer wieder von einigen Schülerinnen und Schülern vergessen. In Übung 1 auf Folie 5 kann dann das Vereinfachen von Termsummen trainiert werden. Wie man Termsummen vereinfacht, in denen verschiedenartige Terme vorkommen, können Sie anschaulich mit Beispiel 2 (→ Folie 5) vermitteln. Hier wird auf einprägsame Weise die triviale Tatsache demonstriert, dass man Äpfel nicht mit Birnen addieren kann. Was dies mit Termsummen zu tun hat, erkennen die Schüler/innen anschließend im Beispiel 3, das sie nun selbstständig bearbeiten können. Der *Merkekasten* auf Folie 6 enthält die Regel zur Vereinfachung von Termsummen, in denen verschiedenartige Terme vorkommen. Wichtig ist an dieser Stelle auch der Hinweis, dass Potenzterme wie $5x^2$ nicht mit Termen der Art „ax“ zusammengefasst werden können. Auch ein häufiger Schülerfehler! Eine Übung zur Vereinfachung von Termsummen mit verschiedenartigen Termen beschließt dann das Kapitel 2 (→ Folie 6).

Zeitbedarf: ca. 2 Schulstunden; je nach Umfang der zusätzlichen Übungen auch mehr.

Kapitel 3: Multiplikation und Division von einfachen Termen

Lernziele:

Die Schülerinnen und Schüler lernen, wie man einen einfachen Term der Art „ax“ mit einer Zahl multipliziert bzw. durch ein Zahl dividiert und mit einem anderen einfachen Term der Art „bx“ multipliziert.

Hinweise zur Durchführung:

Zunächst sollen die Schüler/innen in den einführenden Beispielen 1 und 2 (→ Folie 7) die Multiplikations- und Divisionsregeln selbstständig herausfinden. Der Vergleich der Terme $4 \cdot 5x$ mit $20x$ und $18x : 6$ mit $3x$ ist dabei so einfach, dass dies allen Schülerinnen und Schülern gelingen sollte. Die mathematische Begründung hingegen dürfte nur von den stärkeren Schülerinnen und Schülern selbstständig erkannt werden und muss bei der Besprechung der Beispiele eventuell von der Lehrkraft vorgeführt werden.

Nach dem *Merkekasten* mit den Regeln zur Multiplikation bzw. Division mit einfachen Termen folgt eine Übung dazu. Hier ist je nach Leistungsstärke der Klasse eventuell noch eine kurze Wiederholung der Vorzeichenregeln der Multiplikation und der Regel „Punkt-vor-Strich“ nötig. Wie man einen Term der Art „ax“ mit einem anderen Term der Art „bx“ multipliziert, können Sie dann mit Folie 9 auf geometrische Weise originell demonstrieren oder von den Schülerinnen und Schü-

lern selbstständig herleiten lassen. Dieses Beispiel ist ebenfalls sehr gut für die Gruppenarbeit geeignet. Die *mathematische* Begründung der Multiplikationsregel mit einfachen Termen richtet sich dann eher an die stärkeren Schüler/innen. Der *Merkekasten* auf Folie 9 enthält dann diese Multiplikationsregel und zeigt darüber hinaus, wie man ein Produkt aus *gleichen* Variablen zu einer Potenz zusammenfasst. In Übung 2 auf Folie 9 sollen die Schüler/innen mit diesen Regeln Termprodukte vereinfachen.

Zeitbedarf: ca. 2 Schulstunden; je nach Umfang der zusätzlichen Übungen aus dem Schulbuch auch mehr.

Kapitel 4: Ausmultiplizieren und Ausklammern

Lernziele:

Die Schülerinnen und Schüler lernen, was man unter „Ausmultiplizieren“ und „Ausklammern“ versteht und wie man dabei vorgeht.

Hinweise zur Durchführung:

Mithilfe von Beispiel 1 (→ Folie 10) können die Schüler/innen auf geometrische Weise das Distributivgesetz selbstständig herleiten, was oft einen besonderen Aha-Effekt hervorruft. Die Regel des Ausmultiplizierens und die entsprechenden Vorzeichenregeln finden Sie im anschließenden *Merkekasten*, den die Schüler/innen abschreiben sollten. In der Übung 1 auf Folie 11 können diese Regeln dann geübt werden. Einen hilfreichen Tipp bietet der *Merkekasten* auf Folie 11. Hier wird gezeigt, wie man durch Einfügen von zusätzlichen Klammern auch schrittweise ausmultiplizieren kann, was bei negativen Faktoren insbesondere für schwächere Schüler/innen sehr hilfreich ist. Mit den Aufgaben der Übung 2 (→ Folie 11) kann das Ausmultiplizieren von Klammern trainiert werden. Der *Merkekasten* auf Folie 12 zeigt dann, was es mit der umgekehrten Anwendung des Distributivgesetzes, dem Ausklammern, auf sich hat. Da das Distributivgesetz schon von Folie 10 her bekannt ist, dürften die wenigsten Schüler/innen damit Probleme haben. Mehr Schwierigkeiten tauchen dann schon eher auf, wenn geeignete Faktoren zum Ausklammern gefunden werden sollen. Die ausführlichen Lösungen zu der Übung 3 (→ Folie 12) zeigen, wie man dabei schrittweise vorgeht.

Zeitbedarf: ca. 2 Schulstunden; je nach Umfang der zusätzlichen Übungen auch mehr.

Kapitel 5: Multiplikation von zwei Summen

Lernziele:

Dieses Kapitel zeigt, nach welcher Regel man zwei Termsummen miteinander multipliziert, warum diese Regel so ist und wie man elegant mit Minuskammern umgeht.

Hinweise zur Durchführung:

In Beispiel 1 (→ Folie 13) können die Schüler/innen anhand einer geometrischen Figur selbstständig erkunden, wie man Produkte der Art $(a + b)(c + d)$ ausmultipliziert. Auch dieses Beispiel ist gut für die Gruppenarbeit geeignet, in denen stärkere Schüler/innen den schwächeren helfen können. Die entsprechende Regel und die Vorzeichenregeln bei Minuszeichen sind dann im *Merkekasten* auf Folie 13 zusammengestellt und können in Übung 1 geübt werden. Ganz wichtig ist der Hinweis im *Merkekasten* der Folie 14, dass man bei einer Minuskammer zusätzliche Klammern setzen muss, um Vorzeichenfehler zu vermeiden; auch ein häufiger Schülerfehler. Aufgaben zum Auflösen von Minuskammern sind dann in der abschließenden Übung 2 auf Folie 14 gestellt.

Zeitbedarf: ca. 1-2 Schulstunden; je nach Umfang der zusätzlichen Übungen auch mehr.

Kapitel 6: Die binomischen Formeln

Lernziele:

Die Schüler/innen lernen, wie man die binomischen Formeln zum Ausmultiplizieren geeigneter Produkte anwendet und wie man damit umgekehrt passende Termsummen faktorisieren kann.

Hinweise zur Durchführung:

Nach den Regeln aus Kapitel 5 dürfte den Schülerinnen und Schülern die selbstständige Herleitung der binomischen Formeln in Beispiel 1 (→ Folie 15) keine allzu große Mühe bereiten. Der *Merkekasten* auf Folie 15 enthält neben den drei binomischen Formeln noch zwei wichtige Sonderfälle, die in der Rechenpraxis hilfreich sind. Dieser *Merkekasten* sollten daher unbedingt abgeschrieben werden. An dieser Stelle können Sie einen kleinen Exkurs einfügen und mithilfe der Folie 18 die drei binomischen Formeln geometrisch veranschaulichen. In Übung 1 sollen die binomischen Formeln zunächst Schritt für Schritt angewendet werden, was insbesondere für schwächere Schüler/innen eine große Hilfe ist. Nach einem wichtigen Hinweis auf Minuskammern (→ Folie 17) und entsprechenden Übungen dazu können Sie dann mit der Folie 17 zeigen, wie man mit den binomischen Formeln geeignete Summen faktorisiert.

Zeitbedarf: ca. 3-4 Schulstunden; je nach Umfang der zusätzlichen Übungen auch mehr.

Checkliste - was man nun wissen sollte

Anhand der Fragen der Checkliste auf Folie 20 können Sie die Kenntnisse zum Thema „Terme mit Variablen“ in kompakter Form abfragen und wiederholen. Auf diese Weise erhalten Ihre Schüler/innen einen guten Überblick über den eigenen Kenntnisstand. Die Antworten auf die Fragen finden Sie als Kopiervorlage in doppelter Ausführung, sodass Sie nur jeweils 1 Blatt für zwei Schüler/innen kopieren müssen.

Zeitbedarf: ca. 30 min.