Inhalt der Lösungen zur Prüfung 2022:

Teil A_1 und A_2 - Pflichtteil:

Teil B - Wahlteil:

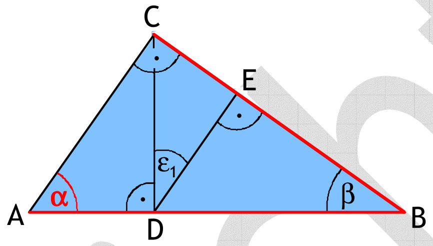
Lösungen zur Prüfung 2022: Pflichtteil A1

Aufgabe 1:

Vervollständigen der drei Gleichungen:

a) Für die erste Gleichung muss man das rechtwinklige Dreieck ABC betrachten. Darin ist die Strecke $\overline{AB}$ die Hypotenuse. Vom Winkel α aus gesehen ist die Strecke $\overline{BC}$ die Gegenkathete. Also gilt (siehe Figur 1):

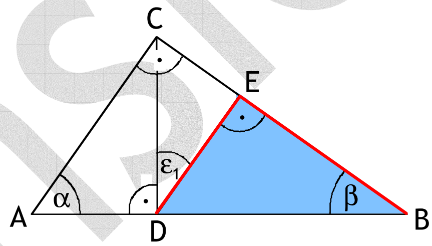
$$\sin\alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$$



Figur 1

b) Für die zweite Gleichung muss man das rechtwinklige Dreieck DBE betrachten. Vom Winkel β aus gesehen ist darin die Strecke $\overline{DE}$ die Gegenkathete und die Strecke $\overline{BE}$ die Ankathete. Also gilt (siehe Figur 2):

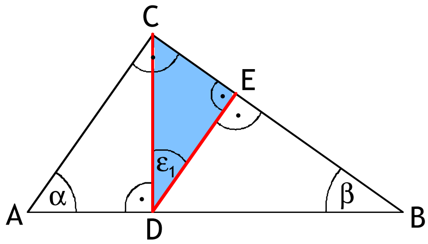
$$\tan\beta = \frac{\overline{DE}}{\overline{BE}}$$



Figur 2

c) Für die dritte Gleichung muss man das rechtwinklige Dreieck DEC betrachten. Darin ist die Strecke $\overline{CD}$ die Hypotenuse. Vom Winkel ε_1 aus gesehen ist die Strecke $\overline{DE}$ die Ankathete. Also gilt (siehe Figur 3):

$$\cos\varepsilon_1 = \frac{\overline{DE}}{\overline{CD}}$$



Figur 3

Aufgabe 2:

a) Das Volumen der Wassermenge:

Das Volumen der Wassermenge ist das Volumen der quadratischen Pyramide.

Einsetzen von a = 6 cm und h = 4 cm in die Formel $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$ ergibt:

$V = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 4 = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 4 = 12 \cdot 4 = \mathbf{48\ cm^3}$; Hinweis: Es ist $\frac{1}{3} \cdot 36 = \frac{36}{3} = 36 : 3 = 12$.

Ergebnis: Das Volumen der Wassermenge ist $\underline{V_W = 48\ cm^3}$.

b) Die Höhe des Wassers im quadratischen Prisma:

Der Wasserstand in dem quadratischen Prisma sei h_W (siehe Figur 4). Dann gilt für das prismenförmige Wasservolumen (siehe Formelsammlung):

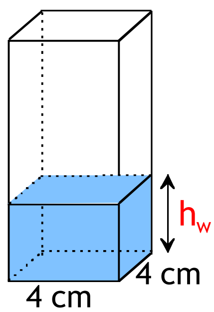
$V_W = 4^2 \cdot h_W$ bzw. $\mathbf{V_W = 16 \cdot h_W}$

Einsetzen des Wasservolumens $V_W = 48\ cm^3$ in $V_W = 16 \cdot h_W$ ergibt:

$48 = 16 \cdot h_W \quad | : 16$

$\Leftrightarrow\ 3 = h_W$ bzw. $\mathbf{h_W = 3\ cm}$

Ergebnis: Das Wasser steht in dem quadratischen Prisma $\underline{3\ cm\ hoch}$.



Figur 4

Lösungen zur Prüfung 2022: Pflichtteil A1

Aufgabe 3:

a) Die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses „zweimal weiß“:

Die Wahrscheinlichkeit, dass bei *einmaligem* Drehen das weiße Feld erscheint, ist $P_W = \frac{1}{4}$.

Mit der Produktregel (Pfadregel) folgt dann für das Ereignis „zweimal weiß“:

$$P(\text{zweimal weiß}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \mathbf{\frac{1}{16}}$$

Ergebnis: Die Wahrscheinlichkeit, dass zweimal weiß erscheint, ist $\mathbf{P(\text{zweimal weiß}) = \frac{1}{16}}$.

b) Die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses „grau und schwarz“:

Zu dem Ereignis „grau und schwarz“ gehören die beiden Ergebnisse (grau; schwarz) und (schwarz; grau).

Hinweis: Die Bezeichnung „(grau; schwarz)“ bedeutet: Zuerst erscheint ein graues Feld, anschließend erscheint beim zweiten Drehen das schwarze Feld. Entsprechend umgekehrt bei „(schwarz; grau)“.

Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einmaligem Drehen ein graues Feld erscheint, ist $P_g = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einmaligem Drehen das schwarze Feld erscheint, ist $P_S = \frac{1}{4}$.

Mit der Produktregel (Pfadregel) folgt dann:

$$P(\text{grau; schwarz}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \mathbf{\frac{1}{8}} \quad \text{und} \quad P(\text{schwarz; grau}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \mathbf{\frac{1}{8}}$$

Mit der Summenregel erhält man:

$$P(\text{grau und schwarz}) = P(\text{grau; schwarz}) + P(\text{schwarz; grau}) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \mathbf{\frac{1}{4}}$$

Ergebnis: Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „grau und schwarz“ ist $\mathbf{P(\text{grau und schwarz}) = \frac{1}{4}}$.

Aufgabe 4:

Welcher Boxplot gehört zu der Rangliste ?

Die drei Boxplots unterscheiden sich nur im Zentralwert z oder im oberen Quartil q_o.

Der **Zentralwert z** der Rangliste befindet sich wegen $\frac{1}{2} \cdot 13 = 6{,}5$ am 7. Platz der Rangliste.

Das ist der Wert **z = 90 kg**.

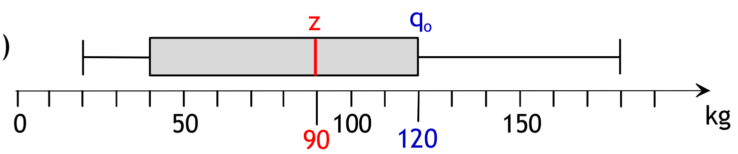
Das **obere Quartil q_o** befindet sich wegen $\frac{3}{4} \cdot 13 = 9{,}75$ am 10. Platz der Rangliste.

Das ist der Wert **q_o = 120 kg**.

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Gewicht (in kg)	20	30	30	40	50	80	90	100	110	120	150	160	180

Die Kennwerte z = 90 kg und q_o = 120 kg stimmen mit dem **Boxplot (B)** überein.

(B)



Ergebnis: Zu der abgebildeten Rangliste gehört der **Boxplot (B)**.

Lösungen zur Prüfung 2022: Pflichtteil A1

Aufgabe 5:

Berechnung des Terms:

Variante 1:

$58 \cdot 10^4 + 42 \cdot 10^4 = 58 \cdot 10\,000 + 42 \cdot 10\,000 = 580\,000 + 420\,000 = 1\,000\,000 =$ **1 Million**

Hinweis: $10^4 = 10\,000$.

Variante 2:

$58 \cdot \mathbf{10^4} + 42 \cdot \mathbf{10^4} = \mathbf{10^4} \cdot (58 + 42) = 10^4 \cdot 100 = 10^4 \cdot 10^2 = 10^6 =$ **1 Million**

Hinweise:

Zunächst wurde $\mathbf{10^4}$ ausgeklammert. Das Ergebnis des Klammerterms $(58 + 42) = 100$ wurde dann in die Potenz 10^2 umgewandelt. Mit dem ersten Potenzgesetz kann man $10^4 \cdot 10^2$ schließlich zum Ergebnis $10^6 = 1$ Million zusammenfassen.

Aufgabe 6:

a) Die Anzahl der Kärtchen für das 7. Muster:

Variante 1:

Das Muster zur Nummer n besteht aus n waagrechten Reihen. Von oben nach unten betrachtet hat dabei jede Reihe 2 Kärtchen mehr als die jeweils darüberliegende Reihe. Nach dieser Regel erhält man für die Anzahl der Kärtchen:

Muster (1.): 1 Kärtchen

Muster (2.): $1 + 3 = 4$ Kärtchen

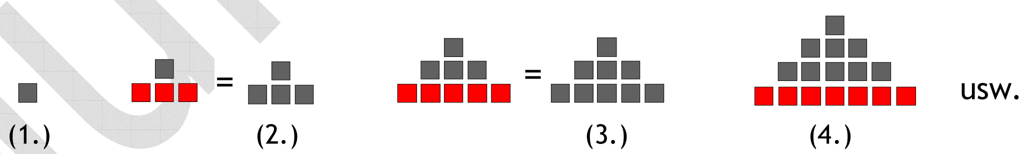
Muster (3.): $1 + 3 + 5 = 9$ Kärtchen

Für das 7. Muster erhält man: $1 + 3 + 5 + \mathbf{7 + 9 + 11} + 13 = 9 + \mathbf{27} + 13 = 9 + 40 =$ **49 Kärtchen**

Ergebnis: Das 7. Muster besteht aus **49 Kärtchen**.

Variante 2:

Man kann die Muster aber auch so entwickeln, dass man einem Muster eine untere Reihe an Kärtchen anfügt, um das nächste Muster zu erhalten. Dabei muss die neue untere Reihe aus so vielen Kärtchen bestehen, dass das neue Muster wieder eine Dreiecksform hat.
Die untere Reihe eines Musters hat also immer zwei Kärtchen mehr als die untere Reihe des vorherigen Musters:



Mit dieser Regel kann man die Anzahl der Kärtchen schrittweise so berechnen:

Muster (2.): 1 Kärtchen + 3 Kärtchen = 4 Kärtchen

Muster (3.): 4 Kärtchen + 5 Kärtchen = 9 Kärtchen

Muster (4.): 9 Kärtchen + 7 Kärtchen = 16 Kärtchen

Muster (5.): 16 Kärtchen + 9 Kärtchen = 25 Kärtchen

Muster (6.): 25 Kärtchen + 11 Kärtchen = 36 Kärtchen
Muster (7.): 36 Kärtchen + 13 Kärtchen = **49 Kärtchen**