Inhalt der Lösungen zur Prüfung 2022:

Teil A_1 und A_2 - Pflichtteil:

Pflichtteil A1 2

Pflichtteil A2 8

Teil B - Wahlteil:

Aufgabe 1a 11
Aufgabe 1b 11

Aufgabe 2a 12
Aufgabe 2b 12

Aufgabe 3a 13
Aufgabe 3b 14

Aufgabe 4a 15
Aufgabe 4b 16

Lösungen zur Prüfung 2022: Pflichtteil A1

Aufgabe 1:

Die Kosten von Janniks Einkauf:

Zunächst sollte man alle Cent-Preise in € umwandeln. Der Preis für ein Heft ist 89 ct = 0,89 €. Alle anderen Preise sind bereits in € angegeben.

Die Kosten des Einkaufs sind somit:

$2 \cdot 0{,}89\ € + 9{,}78\ € + 18{,}99\ € + 0{,}95\ €$

Die schriftliche Rechnung ist rechts abgebildet. Man beachte, dass die Kommas sauber untereinander stehen.

		0,	8	9
+		0,	8	9
+		9,	7	8
+	1	8,	9	9
+		0,	9	5
+	2	4	4	
	3	1,	5	0

Die Rechnung ergibt:

$2 \cdot 0{,}89\ € + 9{,}78\ € + 18{,}99\ € + 0{,}95\ € = \mathbf{31{,}50\ €}$

Ergebnis: Jannik muss **31,50 €** für seinen Einkauf bezahlen.

Tipp: Einfacher geht die Berechnung, wenn man zunächst jeden Beträge auf den nächstgrößeren ganzen Betrag rundet und die jeweilige Rundungsdifferenz aufschreibt:

2 Hefte: jeweils $0{,}89\ € \approx 1{,}00\ € =$ **1 €** mit der Rundungsdifferenz **11 ct** (= 100 ct – 89 ct)

Zirkel: $9{,}78\ € \approx 10{,}00\ € =$ **10 €** mit der Rundungsdifferenz **22 ct** (= 1000 ct – 978 ct)

Taschenrechner: $18{,}99\ € \approx 19{,}00\ € =$ **19 €** mit der Rundungsdifferenz **1 ct** (= 1900 ct – 1899 ct)

Geodreieck: $0{,}95\ € \approx 1{,}00\ € =$ **1 €** mit der Rundungsdifferenz **5 ct** (= 100 ct – 95 ct)

Mit den gerundeten Werten erhält man folgenden Einkaufswert:

$2 \cdot \mathbf{1\ €} + \mathbf{10\ €} + \mathbf{19\ €} + \mathbf{1\ €} = 2\ € + 10\ € + 19\ € + 1\ € = 12\ € + 20\ € = \mathbf{32\ €}$

Anschließend berechnet man die Summe der Differenzbeträge:

$2 \cdot \mathbf{11\ ct} + \mathbf{22\ ct} + \mathbf{1\ ct} + \mathbf{5\ ct} = 22\ ct + 22\ ct + 1\ ct + 5\ ct = 44\ ct + 6\ ct = \mathbf{50\ ct} = \mathbf{0{,}50\ €}$

Und schließlich muss man noch die Summe der Differenzbeträge von der Summe der gerundeten Werte abziehen: **32 €** – **0,50 €** = **31,50 €**

Hinweis:

Die Rundungsdifferenzen kann man im Kopf schrittweise „von unten nach oben" berechnen. Zum Beispiel ist es von 89 ct noch 1 ct bis 90 ct. Und von 90 ct zu 1 € sind es 10 ct. Also sind es von 89 ct bis 1 € insgesamt 1 ct + 10 ct = 11 ct. Die anderen Rundungsdifferenzen können entsprechend berechnet werden.

Aufgabe 2:

Eine passende Zahl zwischen den beiden Brüchen:

Erste Lösungsmöglichkeit: (mit Brüchen)

Indem man beide Brüche auf einen gemeinsamen Nenner bringt, kann man einen passenden Bruch bequem an den Zählern ablesen. Ein gemeinsamer Nenner zwischen $\frac{1}{4}$ und $\frac{2}{5}$ ist $4 \cdot 5 = 20$.

Erweitern auf den Nenner 20 ergibt jeweils: $\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot \mathbf{5}}{4 \cdot \mathbf{5}} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{20}}$ und $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot \mathbf{4}}{5 \cdot \mathbf{4}} = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{20}}$

Eine Zahl, die zwischen $\frac{5}{20}$ und $\frac{8}{20}$ liegt, ist dann zum Beispiel: $\frac{6}{20}$ oder $\frac{7}{20}$

(Hinweis: Man vergleicht zwei Brüche mit gleichem Nenner, indem man ihre Zähler miteinander vergleicht.)

Ergebnis: Eine Zahl, die zwischen $\frac{1}{4}$ und $\frac{2}{5}$ liegt, ist $\frac{6}{20}$ oder $\frac{7}{20}$.

Lösungen zur Prüfung 2022: Pflichtteil A1

Zweite Lösungsmöglichkeit: (mit Dezimalzahlen)

Indem man beide Brüche als Dezimalzahlen schreibt, kann man eine passende Zahl als Dezimalzahl bestimmen. Es ist:

$\frac{1}{4} = \mathbf{0{,}25}$ und $\frac{2}{5} = 0{,}4 = \mathbf{0{,}40}$

Hinweis: Man kann einen Bruch in Dezimalzahlen umwandeln, indem man ihn zunächst auf einen Bruch mit einer Zehnerzahl im Nenner erweitert:

$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot \mathbf{25}}{4 \cdot \mathbf{25}} = \frac{\mathbf{25}}{\mathbf{100}} = \mathbf{0{,}25}$ und $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot \mathbf{2}}{5 \cdot \mathbf{2}} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{10}} = 0{,}4 = \mathbf{0{,}40}$

Eine passende Zahl zwischen 0,25 und 0,40 ist dann zum Beispiel **0,30 = 0,3**.

Ergebnis: Eine passende Zahl, die zwischen $\frac{1}{4} = 0{,}25$ und $\frac{2}{5} = 0{,}40$ liegt, ist **0,3**.

(Hinweis: Weitere mögliche Dezimalzahlen sind alle Dezimalzahlen der Art „0,xx“, wobei die zweistellige Zahl „xx“ zwischen 25 und 40 liegen muss.)

Aufgabe 3:

Der Preis der Hose vor der Reduzierung um 70 %:

Bei einer Preisreduzierung ist der ursprüngliche Preis immer der Grundwert G. Der neue Preis ist der Prozentwert W; hier also W = 24 €. Wenn der ursprüngliche Preis um 70 % reduziert wurde, entspricht der neue Preis (= 24 €) nur noch 30 % des ursprünglichen Preises. Der Prozentwert W = 24 € entspricht also dem Prozentsatz p % = 30 %.

Man kann nun aus **W = 24 €** und **p % = 30 %** den Grundwert G mit Hilfe einer Dreisatzrechnung oder mit Hilfe einer Formel berechnen.

- Berechnung mit einem Dreisatz:

$$\begin{aligned} 30\,\% &\;\hat{=}\; 24\,€ \\ &\downarrow :30 \\ 1\,\% &\;\hat{=}\; 24\,€ : 30 \\ &\downarrow \cdot 100 \\ 100\,\% &\;\hat{=}\; (24\,€ : 30) \cdot 100 \end{aligned}$$

Berechnung:

Mit 24 € = 2400 ct erhält man:

24 € : 30 = 2400 ct : 30 = 240 ct : 3 = 80 ct

Und 80 ct · 100 = 8000 ct = **80 €**

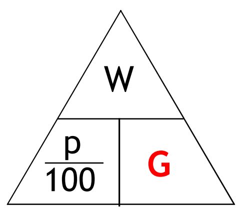
Ergebnis: Die Hose hat vorher **80 €** gekostet.

- Berechnung mit einer Formel:

Einsetzen von W = 24 € und p = 30 in die Formel $G = \frac{\mathbf{W}}{\mathbf{p/100}}$ ergibt:

$$G = \frac{24\,€}{30/100} = \frac{24\,€}{0{,}30} = \frac{24\,€ \cdot \mathbf{100}}{0{,}30 \cdot \mathbf{100}} = \frac{2400\,€}{30} = \mathbf{80\,€}$$

Ergebnis: Die Hose hat vorher **80 €** gekostet.



Das „Formeldreieck“ zur Prozentrechnung

Hinweis: Wenn man im „Formeldreieck“ die gesuchte Größe abdeckt (hier den Grundwert G), zeigt das „Formeldreieck“ die Formel zur Berechnung dieser gesuchten Größe an. Hier also $\frac{W}{p/100}$ mit $p/100 = \frac{p}{100}$.

Lösungen zur Prüfung 2022: Pflichtteil A1

Aufgabe 4:

Die Lösung der Gleichung:

1. Schritt: Zunächst sollte man die Ausdrücke auf beiden Seiten der Gleichung vereinfachen:

$35x + 16 - 12x = 18x - (23 + 8x)$ | Auf der rechten Seite muss zuerst die Minusklammer aufgelöst werden.

$\Leftrightarrow \quad 23x + 16 = 18x - 23 - 8x$

$\Leftrightarrow \quad 23x + 16 = 10x - 23$

Hinweis: Wenn vor einer Klammer ein Minuszeichen steht, dreht man alle Vorzeichen bzw. Rechenzeichen in der Klammer um und lässt die Klammer weg.

2. Schritt:

Dann muss man alle x-Terme auf eine Seite bringen (z.B. nach links) und alle Zahlenterme auf die andere Seite (also nach rechts). Dazu muss man den jeweiligen Term mit umgekehrtem Vorzeichen der anderen Seite anfügen. Auf der bisherigen Seite muss man diesen Term dann weglassen:

$23x + 16 = 10x - 23 \quad | -10x - 16$

$\Leftrightarrow \quad 23x - 10x = -23 - 16$

3. Schritt: Zusammenfassen beider Seiten und Berechnen des x-Werts:

$\Leftrightarrow \quad 23x - 10x = -23 - 16$

$\Leftrightarrow \quad 13x = -39 \quad | :13$

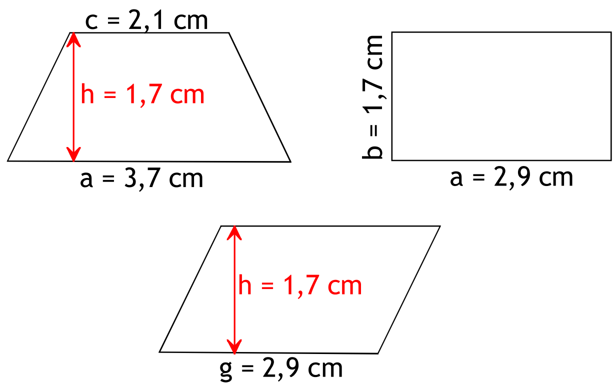
$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x} = -39 : 13 = \mathbf{-3}$

Ergebnis: Die Gleichung hat die Lösung **x = –3**.

Aufgabe 5:

Der Flächeninhalt der drei Figuren:

Bei den drei Flächen handelt es sich um ein Trapez, ein Rechteck und ein Parallelogramm. Die benötigten Formeln zur Berechnung der Flächeninhalte sind:



Rechteck: $A_{Recht} = a \cdot b$

Parallelogramm: $A_{Para} = g \cdot h$

Trapez: $A_{Trapez} = \frac{1}{2}(a + c) \cdot h$

Durch Abmessen mit dem Geodreieck erhält man die benötigten Längen (siehe Abbildung rechts).

Für die Flächeninhalte folgt damit: $\mathbf{A_{Recht} = 2{,}9\text{ cm} \cdot 1{,}7\text{ cm}}$ und $\mathbf{A_{Para} = 2{,}9\text{ cm} \cdot 1{,}7\text{ cm}}$

Das Rechteck und das Parallelogramm haben also den gleichen Flächeninhalt.
(Hinweis: Das Produkt $2{,}9 \cdot 1{,}7$ muss erst gar nicht berechnet werden.)

Für den Flächeninhalt des Trapezes erhält man:

$A_{Trapez} = \frac{1}{2} \cdot (3{,}7\text{ cm} + 2{,}1\text{ cm}) \cdot 1{,}7\text{ cm} = \frac{1}{2} \cdot 5{,}8\text{ cm} \cdot 1{,}7\text{ cm} = \mathbf{2{,}9\text{ cm} \cdot 1{,}7\text{ cm}}$

(Rechentipp: Es ist $\frac{1}{2} \cdot 5{,}8 = 5{,}8 : 2 = (6 - 0{,}2) : 2 = 6 : 2 - 0{,}2 : 2 = 3 - 0{,}1 = 2{,}9$)

Das heißt, auch das Trapez hat den gleichen Flächeninhalt wie das Rechteck bzw. das Parallelogramm.

Ergebnis: Dilara hat **recht**. Alle drei Flächen haben den gleichen Flächeninhalt.

Lösungen zur Prüfung 2022: Pflichtteil A1

Aufgabe 6:

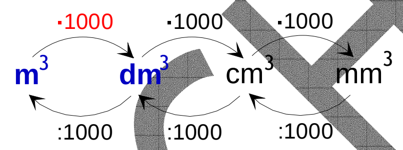
Die Anzahl der 1 dm^3 Würfel für den Quader:

Der Quader hat das Volumen $V = 2\,m \cdot 1\,m \cdot 1{,}5\,m = \mathbf{3\ m^3}$

(Hinweis zur Rechnung: $2 \cdot 1 \cdot 1{,}5 = 2 \cdot 1{,}5 = 3{,}0$. Dies folgt aus $2 \cdot 15 = 30$.)

Um zu berechnen, wie viele 1 dm^3 Würfel in dieses Volumen passen, muss man 3 m^3 in dm^3 umwandeln (siehe Abbildung rechts).

Volumeneinheiten umrechnen:



Man erhält: $3\ m^3 = 3 \cdot 1000\ dm^3 = \mathbf{3000\ dm^3}$

Ergebnis: Es passen **3000 Würfel** mit dem Volumen 1 dm^3 in den Quader.

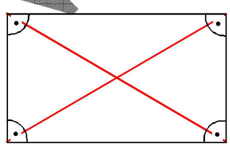
Aufgabe 7:

Der Vergleich eines Rechtecks mit Drache, Raute, Parallelogramm und Quadrat:

Um die Aussagen bewerten zu können, muss man sich zuerst die Eigenschaften der Figuren Rechteck, Drache, Raute, Parallelogramm und Quadrat klarmachen:

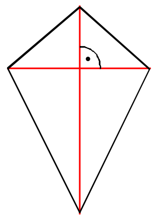
Rechteck:

4 rechte Winkel, gegenüberliegende Seiten sind gleich lang und parallel zueinander. Die Diagonalen sind ***nicht*** rechtwinklig zueinander.



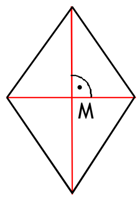
Drache:

Die beiden Achsen bzw. Diagonalen sind rechtwinklig zueinander. Die waagrechte Achse wird von der senkrechten Achse halbiert.



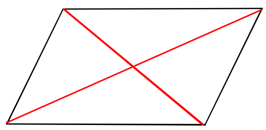
Raute:

Die beiden Achsen bzw. Diagonalen sind rechtwinklig zueinander. Beide Achsen halbieren sich. Gegenüberliegende Seiten sind parallel zueinander.



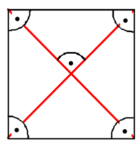
Parallelogramm:

Gegenüberliegende Seiten sind gleich lang und parallel zueinander.



Quadrat:

4 rechte Winkel, alle Seiten sind gleich lang. Die Diagonalen sind rechtwinklig zueinander.



Somit folgt:

Ein Rechteck ist **kein Drache** und **keine Raute**, weil sich die Diagonalen eines Rechtecks nicht senkrecht schneiden. Ein Rechteck ist aber immer auch **ein Parallelogramm**, weil die gegenüberliegenden Seiten gleich lang und parallel zueinander sind. Ein Rechteck ist **kein Quadrat**, weil nicht alle vier Seiten gleich lang sind.

Ergebnis: Jedes Rechteck ist … ☒ … **ein Parallelogramm.**

Lösungen zur Prüfung 2022: Pflichtteil A1

Aufgabe 8:

Der Zusammenhang zwischen Lachs und Euro:

• Um herauszufinden, wie viel Euro 50 g Lachs kosten, muss man im Schaubild von 50 g auf der x-Achse senkrecht nach oben gehen (siehe Schaubild 1). Von dort, wo diese Senkrechte das Schaubild schneidet, zeichnet man eine Waagrechte in Richtung y-Achse. An der y-Achse kann man dann den Preis ablesen.

Man erhält: **1,75 €**

(Hinweis: Die Waagrechte schneidet die y-Achse zwischen 2,00 und 1,50. Der Mittelwert zwischen 2,00 und 1,50 ist (1,50 + 2,00) : 2 = 3,50 : 2 = 1,75.)

Ergebnis: 50 g Lachs kosten **1,75 €.**

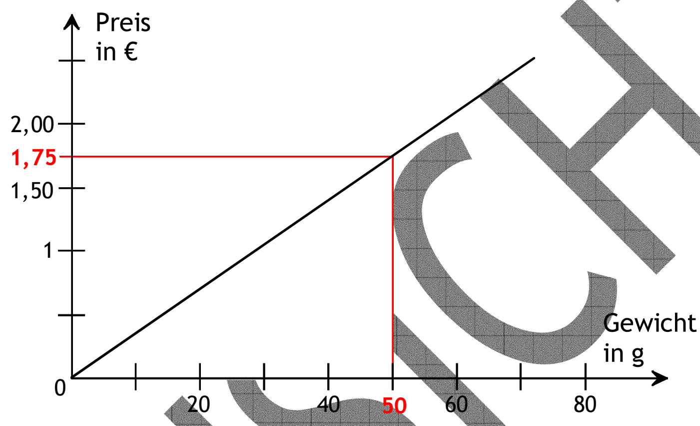


Schaubild 1

• Um herauszufinden, wie viel Gramm Lachs man für 2 € bekommt, muss man im Schaubild von 2 € auf der y-Achse waagrecht nach rechts gehen (siehe Schaubild 2). Von dort, wo diese Waagrechte das Schaubild schneidet, zeichnet man eine Senkrechte nach unten auf die x-Achse. An der x-Achse kann man dann das Gewicht ablesen.

Man erhält: ca. **57 g**

(Hinweis: Man kann diesen Wert mit Hilfe des Schaubilds nur ungefähr bestimmen. Der genaue Wert wäre 57,1 g.)

Ergebnis: Für 2 € bekommt man **57 g Lachs**.

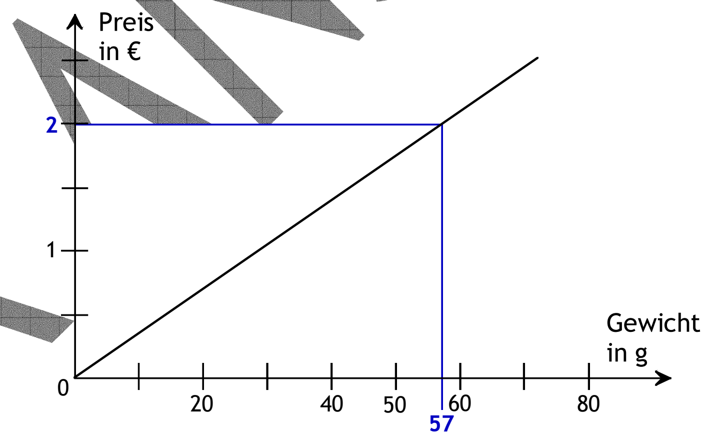


Schaubild 2

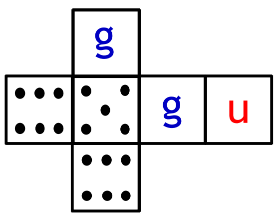
Aufgabe 9:

Die fehlenden Augenzahlen im Würfelnetz:

Insgesamt hat das Würfelnetz 6 Flächen. Wenn man die Wahrscheinlichkeit $\frac{2}{3}$ auf den Nenner 6 erweitert, gibt der Zähler an, wie viele Flächen des Netzes mit einer geraden Zahl beschriftet sein müssen.

Erweitern mit 2 ergibt: $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot \mathbf{2}}{3 \cdot \mathbf{2}} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{6}}$

Es müssen also insgesamt **4 Flächen** mit einer geraden Zahl beschriftet werden. Da 2 Flächen bereits mit der geraden Augenzahl „6“ beschriftet sind, fehlen noch 2 gerade Augenzahlen. Eine Möglichkeit ist rechts abgebildet. Darin steht „**g**“ für eine gerade Zahl und „**u**“ für eine ungerade Zahl.



g = 2; 4 oder 6

u = 1; 3 oder 5

Welche zwei Flächen man mit „g“ beschriftet und ob man dafür 2; 4 oder 6 benutzt, ist egal. Für die ungerade Zahl u können die Zahlen 1; 3 oder 5 benutzt werden.

Lösungen zur Prüfung 2022: Pflichtteil A1

Aufgabe 10:

Die Anzahl der Eiskugeln, die durchschnittlich pro Tag verkauft wurden:

Der Durchschnitt ist der Quotient aus der *Summe aller Werte* und der *Anzahl der Tage* (= 5).

Die Summe *aller* Werte ist: 45 + 103 + 83 + 65 + 24 = **320**

Rechentipp:
Man sollte in der Summe zunächst zwei Paare von Werten im Kopf zusammenfassen, bevor man die Summe schriftlich berechnet.
Zum Beispiel so:

45 + **103** + 83 + **65** + **24** = **148** + 83 + **89**

	1	4	8
+		8	3
+		8	9
+		2	2
	3	2	0

Die schriftliche Rechnung ergibt dann (siehe rechts): 148 + 83 + 89 = **320**

Der gesuchte Durchschnitt ist dann der Wert des Quotienten 320 : 5.
Die schriftliche Berechnung dieses Quotienten ergibt (siehe rechts):
320 : 5 = **64**

	3	2	0	:	5	=	6	4
-	3	0						
		2	0					
	-	2	0					
			0					

Ergebnis:

Es wurden durchschnittlich **64 Eiskugeln pro Tag** verkauft.

Lösungen zur Prüfung 2022: Pflichtteil A2

Aufgabe 1:

Überprüfen der Aussagen zu den Wunschurlaubszielen:

• Erste Aussage: *„20 % haben für Spanien gestimmt."*

Von 2400 Personen haben 480 Personen für Spanien gestimmt.
Der Grundwert ist G = 2400 Personen.
Der Prozentwert ist W = 480 Personen.

Einsetzen von W = 480 und G = 2400 in die Formel $\frac{p}{100} = \frac{W}{G}$ ergibt:

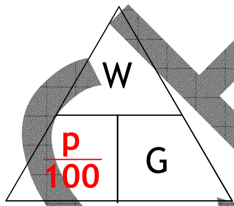
$$\frac{p}{100} = \frac{480}{2400}$$

$$\frac{p}{100} = 0{,}2 \quad | \cdot 100$$

$$\Leftrightarrow \quad p = 0{,}2 \cdot 100$$

$$\Leftrightarrow \quad p = 20 \text{ bzw. } \mathbf{p\ \% = 20\ \%}$$

Die erste Aussage ist also wahr.



Das „Formeldreieck" zur Prozentrechnung

Hinweis:
Mit dem „Formeldreieck" erhält man die Formel zur Berechnung der gesuchten Größe, indem man die gesuchte Größe abdeckt.

Hier ist das $\frac{p}{100}$.

• Zweite Aussage: *„Mehr als 14 % haben Kroatien angegeben."*

Von 2400 Personen haben 346 Personen Kroatien angegeben.
Der Grundwert ist wie bisher G = 2400 Personen. Der Prozentwert ist nun W = 346 Personen.

Einsetzen von W = 346 und G = 2400 in die Formel $\frac{p}{100} = \frac{W}{G}$ ergibt:

$$\frac{p}{100} = \frac{346}{2400}$$

$$\frac{p}{100} = 0{,}144 \quad | \cdot 100$$

$$\Leftrightarrow \quad p = 0{,}144 \cdot 100$$

$$\Leftrightarrow \quad p = 14{,}4 \text{ bzw. } \mathbf{p\ \% = 14{,}4\ \%}$$

Die zweite Aussage ist also auch wahr.

• Dritte Aussage: *„$\frac{3}{10}$ der Personen haben ein sonstiges Urlaubsziel genannt."*

Falls diese Aussage stimmt, müssen $\frac{3}{10}$ von 2400 Personen den Wert 565 Personen ergeben.

Man erhält: $\frac{3}{10}$ von 2400 Personen = $\frac{3}{10} \cdot$ 2400 Personen = (2400 Personen : 10) $\cdot$ 3 = **720 Personen**

Das ist deutlich mehr als die 565 Personen im Diagramm. **Die dritte Aussage ist also falsch.**

• Vierte Aussage: *„Jeder Zehnte hat für Griechenland gestimmt."*

Falls diese Aussage stimmt, muss $\frac{1}{10}$ von 2400 Personen den Wert 240 Personen ergeben.

Man erhält: $\frac{1}{10}$ von 2400 Personen = $\frac{1}{10} \cdot$ 2400 Personen = 2400 Personen : 10 = **240 Personen**

Die vierte Aussage ist also wahr.

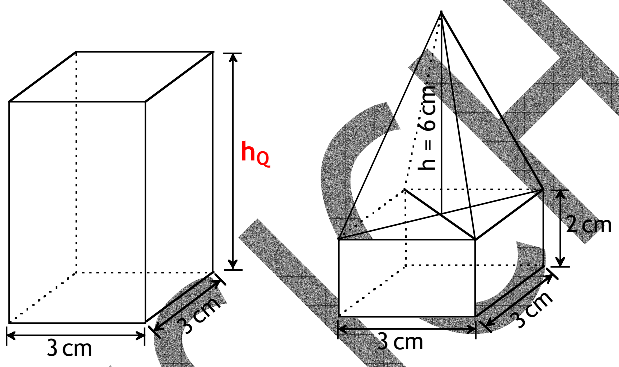
Lösungen zur Prüfung 2022: Pflichtteil A2

Aufgabe 2:

Die Höhe des Quaders:

Für das Volumen des Quaders gilt:

$\mathbf{V_Q} = 3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} \cdot h_Q = \mathbf{9\text{ cm}^2} \cdot \mathbf{h_Q}$



Der zusammengesetzte Körper setzt sich aus einem (flachen) Quader und einer Pyramide zusammen.

Für das Volumen des (flachen) Quaders gilt:

$V_{Q^*} = 3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} = 18\text{ cm}^3$

Für das Volumen der Pyramide gilt:

$V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot 3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} \cdot 6\text{ cm} = 18\text{ cm}^3$

Somit beträgt das Volumen des zusammengesetzten Körpers:

$\mathbf{V_{zus}} = V_{Q^*} + V_{Pyr} = 18\text{ cm}^3 + 18\text{ cm}^3 = \mathbf{36\text{ cm}^3}$

Weil der (linke) Quader und der zusammengesetzte Körper das gleiche Volumen haben sollen, muss gelten: $V_Q = 9\text{ cm}^2 \cdot h_Q = 36\text{ cm}^3$

Durch Umstellen der Gleichung $9 \cdot h_Q = 36$ nach h_Q erhält man:

$9 \cdot h_Q = 36 \quad | \ :9$

$\Leftrightarrow \quad 9 \cdot h_Q = 36 : 9$

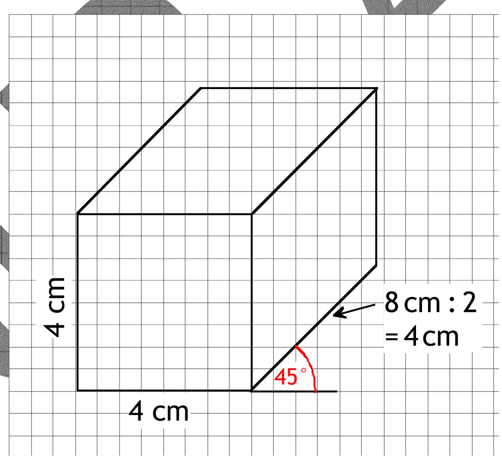
$\Leftrightarrow \quad \mathbf{h_Q = 4}$ bzw. $\mathbf{h_Q = 4\text{ cm}}$

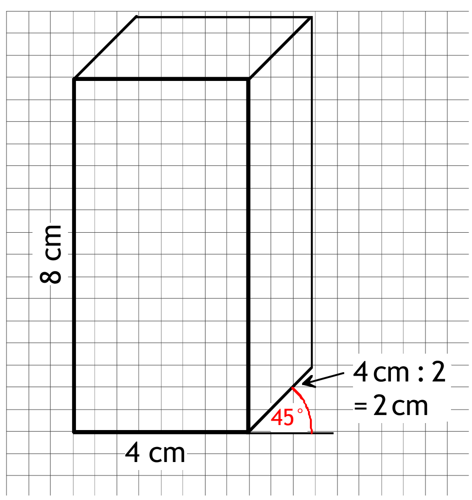
Ergebnis: Die Höhe des Quaders ist $h_Q = 4\text{cm}$.

Aufgabe 3:

Das Schrägbild des Körpers zu dem Netz:

Der passende Körper ist ein **Quader** mit den Kantenlängen 4 cm, 4 cm und 8 cm. Die Kanten, die im Schrägbild nach „hinten" gehen, müssen in einem Winkel von 45° und um die Hälfte verkürzt gezeichnet werden. Für das Schrägbild gibt es folgende Möglichkeiten:





Hinweis: Das Schrägbild, wo das vordere Rechteck auf der langen Seite 8 cm liegt, ist hier nicht abgebildet.

Lösungen zur Prüfung 2022: Pflichtteil A2

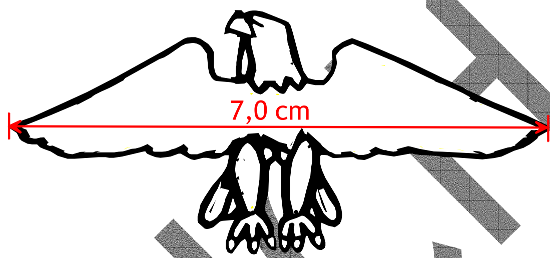
Aufgabe 4:

<u>Die Flügelspannweite des Vogels in Wirklichkeit:</u>

In der Zeichnung beträgt die Spannweite des Vogels **7,0 cm**.

Der Maßstab 1 : 8 bedeutet, dass 1 cm in der Zeichnung der Strecke 8 cm in Wirklichkeit entspricht.

Die Spannweite des Vogels beträgt in Wirklichkeit also
$8 \cdot 7{,}0$ cm = **56 cm**.



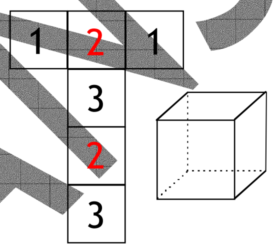
<u>Ergebnis:</u>

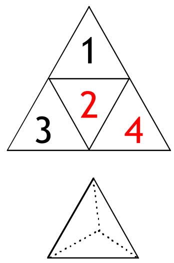
Die Spannweite des Vogels ist in Wirklichkeit **<u>56 cm</u>**.

Aufgabe 5:

<u>Die Wahrscheinlichkeiten, eine gerade Zahl zu würfeln:</u>

Beim normalen Würfel sind von 6 Flächen 2 Flächen mit einer geraden Zahl beschriftet. Also beträgt die Wahrscheinlichkeit, mit diesem Würfel eine gerade Zahl zu würfeln, $\mathbf{\frac{2}{6}}$.





Beim pyramidenförmigen Spielwürfel sind von 4 Flächen 2 Flächen mit einer geraden Zahl beschriftet. Also beträgt die Wahrscheinlichkeit, mit diesem Spielwürfel eine gerade Zahl zu würfeln, $\mathbf{\frac{2}{4}}$.

Um die Brüche $\frac{2}{6}$ und $\frac{2}{4}$ miteinander vergleichen zu können, muss man sie auf einen gemeinsamen Nenner erweitern. Zum Beispiel auf $4 \cdot 6 = 24$. Man erhält:

$\frac{2}{6} = \frac{2 \cdot \mathbf{4}}{6 \cdot \mathbf{4}} = \mathbf{\frac{8}{24}}$ und $\frac{2}{4} = \frac{2 \cdot \mathbf{6}}{4 \cdot \mathbf{6}} = \mathbf{\frac{12}{24}}$. Es gilt also: $\mathbf{\frac{2}{4} > \frac{2}{6}}$

<u>Alternative Berechnung:</u>

Man kann die Brüche auch als Dezimalzahlen schreiben. Mit dem Taschenrechner erhält man:
$\frac{2}{6} = 2 : 6 = 0{,}333\ldots$ und $\frac{2}{4} = 2 : 4 = 0{,}5$. Wegen $0{,}5 > 0{,}333$ folgt dann: $\frac{2}{4} > \frac{2}{6}$

<u>Ergebnis:</u>

Die Wahrscheinlichkeit, eine gerade Zahl zu würfeln, ist bei dem **<u>rechten „Spielwürfel“</u>** (Pyramide) größer; nämlich $\frac{2}{4} = 0{,}5 = 50$ %.

Lösungen zur Prüfung 2022: Wahlteil B - Aufgabe 1

Aufgabe 1a:

Das Angebot, für das sich Familie Huber entscheiden sollte:

Man muss für jedes Angebot den Gesamtpreis berechnen:

- Gesamtpreis bei Angebot A:

Grundpreis bei 14 Tagen: 50 € · 14 = **700 €**

Preis für 3400 km: Weil 400 km frei sind, werden nur 3000 km (= 3400 km – 400 km) berechnet.
Man erhält: 0,90 €/km · 3000 km = **2700 €** (Hinweis: 90 Cent = 0,90 €)

Endreinigung: **100 €**

Somit folgt für den **Gesamtpreis bei Angebot A**: 700 € + 2700 € + 100 € = **3500 €**

- Gesamtpreis bei Angebot B:

Grundpreis bei 14 Tagen: 60 € · 14 = **840 €**

Preis für 3400 km: 0,99 €/km · 3400 km = **3366 €** (Hinweis: 99 Cent = 0,99 €)

Endreinigung: keine Gebühr

Vorläufiger Gesamtpreis bei Angebot B: 840 € + 3366 € = **4206 €**

Davon muss man aber noch 10 % Rabatt abziehen. 10 % von 4206 € sind $\frac{10}{100} \cdot 4206$ € = 420,60 €.

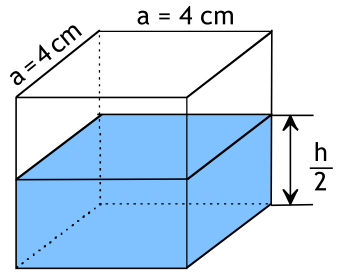
Also beträgt der endgültige **Gesamtpreis bei Angebot B**: 4206 € – 420,60 € = **3785,40 €**

Ergebnis: Familie Huber sollte sich für **Angebot A** entscheiden, weil sie dafür nur 3500 € bezahlen muss anstatt 3785,40 € des Angebots B.

Aufgabe 1b:

Läuft das Wasser in der Pyramide über ?

Man muss die Wassermenge V_W im Quader und das Volumen der Pyramide jeweils in Abhängigkeit von der Höhe h beschreiben und dann miteinander vergleichen.



Figur 1

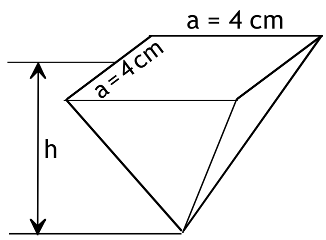
- Das Wasser ist quaderförmig mit den Kantenlängen 4 cm, 4 cm und der halben Höhe $\frac{h}{2}$ (siehe Figur 1). Somit gilt für das Wasservolumen:

$$V_W = 4 \cdot 4 \cdot \frac{h}{2} = 16 \cdot \frac{h}{2} = \frac{16h}{2} = 8\,h$$

- Für das Volumen der Pyramide gilt (siehe Figur 2):

$$V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 4 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 16 \cdot h = \frac{16}{3}\,h$$

Wegen $\frac{16}{3} = 5\frac{1}{3} \approx 5{,}33 < 8$ ist $\frac{16}{3}\,h < 8\,h$. Das heißt: $V_{Pyr} < V_W$



Figur 2

Ergebnis:

Das Pyramidenvolumen ist kleiner als das Wasservolumen. **Somit läuft das Wasser beim Umfüllen über.**

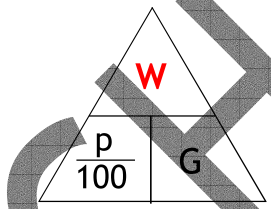
(Hinweis: Man multipliziert einen Bruch mit einer ganzen Zahl, indem man den Zähler mit der ganzen Zahl multipliziert und den Nenner beibehält.)

Lösungen zur Prüfung 2022: Wahlteil B - Aufgabe 2

Aufgabe 2a:

Die Menge, die durch den Suezkanal transportiert wurde:

Man muss berechnen, wie viel 9,3 % von 11086 Mio. Tonnen sind. Der Grundwert ist G = 11086 Mio. Tonnen, der Prozentsatz ist p % = 9,3 %. Gesucht ist der Prozentwert W.



Das „Formeldreieck“ zur Prozentrechnung

Mit der Formel $W = \frac{p}{100} \cdot G$ erhält man:

$W = \frac{9{,}3}{100} \cdot 11086$ Mio. Tonnen = **1031 Mio. Tonnen**

Ergebnis: Insgesamt wurden **1031 Mio. Tonnen** Ware durch den Suezkanal transportiert.

(Hinweis: Mit dem „Formeldreieck“ erhält man die Formel zur Berechnung der gesuchten Größe, indem man die gesuchte Größe einfach abdeckt. In dieser Aufgabe ist das der Prozentwert W.)

Die Menge an Öl und Treibstoffen, die durch den Suezkanal transportiert wurde:

Man muss nun die 1031 Mio. Tonnen als neuen Grundwert G_{neu} = **1031 Mio. Tonnen** betrachten. Der Prozentsatz **p % = 23 %** für Öl und Treibstoffe ist in dem Kreisdiagramm angegeben.

Mit der Formel $W = \frac{p}{100} \cdot G$ erhält man nun:

$W_{neu} = \frac{23}{100} \cdot 1031$ Mio. Tonnen = **237,13 Mio. Tonnen**

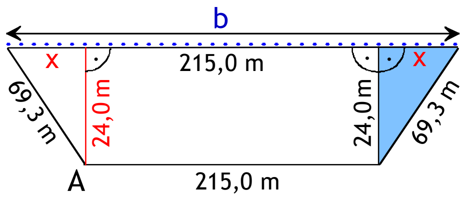
Ergebnis:
Insgesamt wurden **237,13 Mio. Tonnen Öl und Treibstoffe** durch den Suezkanal transportiert.

Aufgabe 2b:

Die Breite des Suezkanals an der Wasseroberfläche:

Der Querschnitt des Suezkanals ist ein gleichschenkliges Trapez. Wenn man darin die Höhe 24,0 m auch von der Ecke A aus einzeichnet, erhält man die beiden gleich langen Abschnitte x (siehe Figur 1). Für die Breite der Wasseroberfläche gilt somit:

$b = 2x + 215$ m



Figur 1

Die Länge der Strecke x kann man in dem markierten Dreieck mit dem Satz des Pythagoras berechnen.
Darin gilt (ohne Einheiten):

$$24^2 + x^2 = 69{,}3^2 \quad | \text{ Ausrechnen der Quadrate}$$
$$\Leftrightarrow \quad 576 + x^2 = 4802{,}49 \quad | \ -576$$
$$\Leftrightarrow \quad x^2 = 4226{,}49 \quad | \ \sqrt{}$$
$$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x = 65{,}01} \text{ bzw. } x = 65{,}01 \text{ m} \approx 65 \text{ m}$$

Damit erhält man für die Breite b an der Wasseroberfläche:

$b = 2 \cdot 65 \text{ m} + 215 \text{ m} = \mathbf{345\ m}$

Ergebnis: Der Suezkanal ist an der Wasseroberfläche **345 m** breit.

Lösungen zur Prüfung 2022: Wahlteil B - Aufgabe 3

Aufgabe 3a:

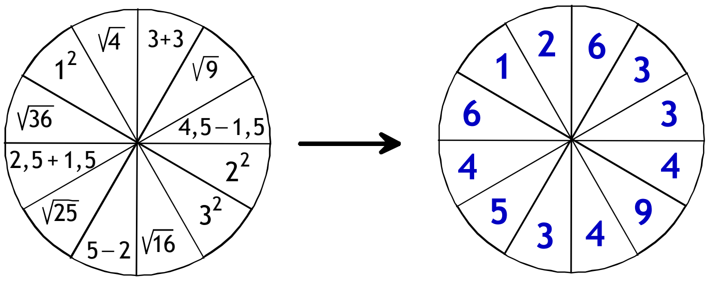
Die Werte des Glücksrads:

Man erhält folgende Werte (von oben im Uhrzeigersinn):

$3 + 3 = \mathbf{6}$; $\sqrt{9} = \mathbf{3}$; $4{,}5 - 1{,}5 = \mathbf{3}$; $2^2 = \mathbf{4}$; $3^2 = \mathbf{9}$; $\sqrt{16} = \mathbf{4}$;

$5 - 2 = \mathbf{3}$; $\sqrt{25} = \mathbf{5}$; $2{,}5 + 1{,}5 = \mathbf{4}$; $\sqrt{36} = \mathbf{6}$; $1^2 = \mathbf{1}$; $\sqrt{4} = \mathbf{2}$.

Damit sieht das Glücksrad folgendermaßen aus:

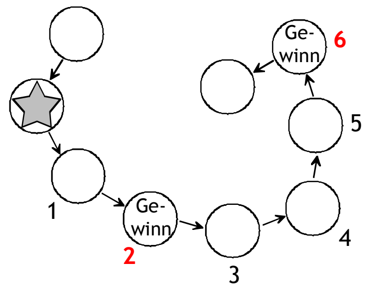


Die Wahrscheinlichkeit, einen Gewinn zu bekommen:

Das Glücksrad muss eine „2“ oder eine „6“ anzeigen, wenn Lisas Spielfigur auf einem Gewinnfeld landen soll (siehe Figur 1).

Es gibt **3 Felder** auf dem Glücksrad, die mit „2“ oder mit „6“ beschriftet sind (siehe Figur 2). Insgesamt hat das Glücksrad **12 Felder**.

Somit ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{12}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$.



Figur 1

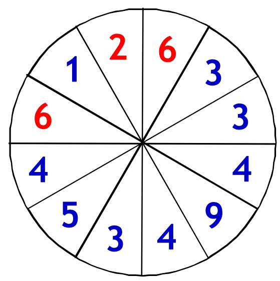
Ergebnis:

Die Wahrscheinlichkeit, dass Lisas Spielfigur auf einem Gewinnfeld landet, beträgt $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{12}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$.

Hinweise:

- Der Bruch $\frac{3}{12}$ muss nicht unbedingt gekürzt werden.
- Als Prozentsatz ist der Bruch $\frac{1}{4} = 1:4 = 0{,}25 = 25\,\%$.

Das wird in der Aufgabe aber auch nicht verlangt.



Figur 2

Lösungen zur Prüfung 2022: Wahlteil B - Aufgabe 3

Aufgabe 3b:

Die Darstellungen, die zusammenpassen:

1

x	y
-3	-3
-2	-3
-1	-3
0	-3
1	-3
2	-3
3	-3

2

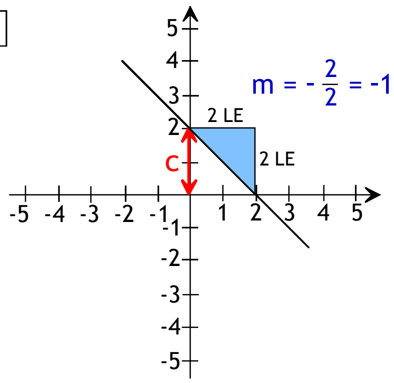
x	y
-3	-6
-2	-4
-1	-2
0	0
1	2
2	4
3	6

• In der **Wertetabelle 1** sind alle y-Werte gleich; nämlich y = –3. Somit passt die **Wertetabelle 1** zu der **Funktionsgleichung A: y = –3**.

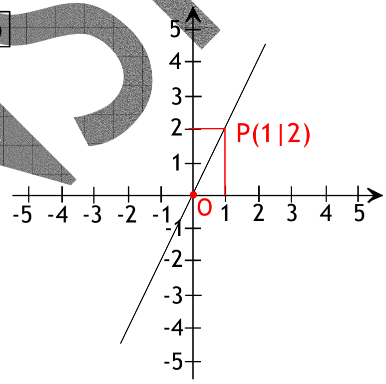
• In der **Wertetabelle 2** kommen die Wertepaare **(0|0)** und **(1|2)** vor. Das heißt, das zugehörige Schaubild muss durch den Ursprung **O(0|0)** und durch den Punkt **P(1|2)** gehen. Das ist bei Schaubild b der Fall. Somit passt die **Wertetabelle 2** zu **Schaubild b**.

• Die **Funktionsgleichung B**: y = –x + 2 hat den y-Achsenabschnitt **c = 2** und die Steigung **m = –1**. Das passt zu **Schaubild a**.

a



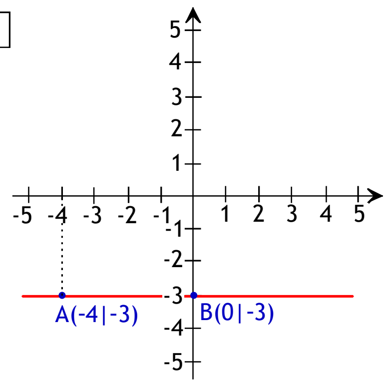
b



Ergänzen der unvollständigen Darstellungen:

• Zur **Wertetabelle 1** und zur **Funktionsgleichung A**: y = –3 fehlt noch das **Schaubild c**. Weil alle Punkte des Schaubilds die gleiche y-Koordinate haben - nämlich y = –3, muss das Schaubild c eine waagrechte Gerade sein, die unter anderem durch den Punkt **B(0|–3)** geht (siehe rechts).

c



• Zur **Wertetabelle 2** und dem **Schaubild b** fehlt noch die Funktionsgleichung C. Weil das Schaubild b durch O(0|0) geht, hat die Funktionsgleichung die Form y = m · x (Ursprungsgerade). Die Steigung m einer Ursprungsgeraden ist der Quotient y : x eines beliebigen Wertepaars. Mit P(1|2) erhält man m = 2 : 1 = 2. Somit lautet die **Funktionsgleichung C: y = 2x**

• Zur **Funktionsgleichung B**: y = –x + 2 und dem **Schaubild a** fehlt noch die **Wertetabelle 3**. Einsetzen der x-Werte –3 bis 3 in die Funktionsgleichung y = –x + 2 ergibt jeweils:

x = **–3** ergibt: y = –(**–3**) + 2 = +3 + 2 = **+5**

x = **–2** ergibt: y = –(**–2**) + 2 = +2 + 2 = **+4**

x = **–1** ergibt: y = –(**–1**) + 2 = +1 + 2 = **+3**

x = **0** ergibt: y = –**0** + 2 = 0 + 2 = **+2**

x = **1** ergibt: y = –**1** + 2 = **+1**

x = **2** ergibt: y = –**2** + 2 = **0**

x = **3** ergibt: y = –**3** + 2 = **–1**

3

x	y
-3	+5
-2	+4
-1	+3
0	+2
1	+1
2	0
3	-1

Lösungen zur Prüfung 2022: Wahlteil B - Aufgabe 4

Aufgabe 4a:

Vor wie vielen Tagen das Fitnessvideo hochgeladen wurde:

Man muss den Quotient 38236 : 484 berechnen. Mit dem Taschenrechner erhält man: 38236 : 484 = 79

Ergebnis: Das Video wurde **vor 79 Tagen** hochgeladen.

Überprüfen von Nicos Behauptung:

Zunächst muss man die Länge von 38236 Videos in Minuten berechnen.

Bei einer Videolänge von 24 min erhält man: $38236 \cdot 24$ min = **917664 min**

Anschließend muss man die Einheit Minuten in Jahre umwandeln. Zur besseren Übersicht sollte man dabei schrittweise vorgehen:

Minuten in Stunden (h): 917664 min = 917664 : 60 h = 15294,4 h

Stunden in Tage: 15294,4 h = 15294,4 : 24 Tage = 637,27 Tage

Tage in Jahre: 637,27 Tage = 637,27 : 365 Jahre = **1,75 Jahre**

917664 min sind also nur **1,75 Jahre**. Das ist weniger als 2 Jahre.

Ergebnis: Nico hat also **nicht recht**.

Alternative Lösungsmöglichkeit:

Man kann auch umgekehrt 2 Jahre in Minuten umwandeln und dann mit 917664 min (siehe oben) vergleichen.

Jahre in Tage: 2 Jahre = $2 \cdot 365$ Tage = 730 Tage

Tage in Stunden (h): 730 Tage = $730 \cdot 24$ h = 17520 h

Stunden in Minuten: 17520 h = $17520 \cdot 60$ min = **1 051 200 min > 917664 min**

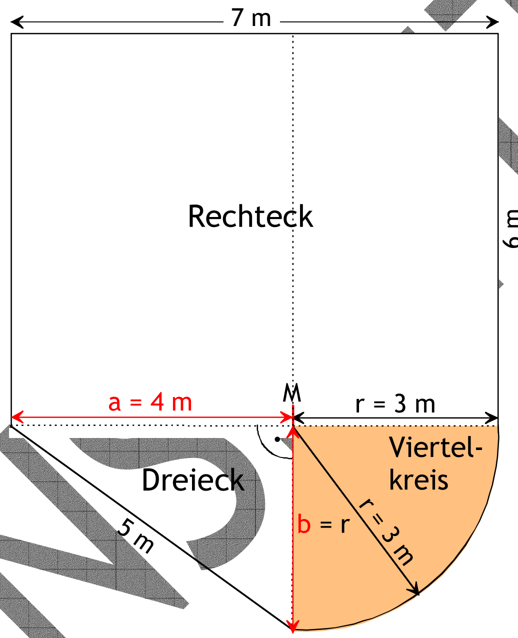
2 Jahre sind also **1 051 200 min.** Das ist mehr als 917664 min (Länge der Videos).

Lösungen zur Prüfung 2022: Wahlteil B - Aufgabe 4

Aufgabe 4b:

Der Flächeninhalt des Geheges:

Das Gehege besteht aus einem Rechteck, einem rechtwinkligen Dreieck und einem Viertelkreis.



Figur 1

- Flächeninhalt des **Rechtecks**: $A_R = 7\text{ m} \cdot 6\text{ m} = \mathbf{42\text{ m}^2}$
- Flächeninhalt des **Dreiecks**: $A_D = \frac{1}{2}\, a \cdot b$

  Hinweis: Bei einem rechtwinkligen Dreieck kann man eine Kathete als Grundseite g und die andere Kathete als Höhe h betrachten.

  Die Längen a und b erhält man folgendermaßen:

  Der Radius r = 3 m ist der Abstand vom Mittelpunkt M zu jedem beliebigen Punkt des Kreisbogens. Somit kann man den Radius r auch waagrecht und senkrecht einzeichnen (siehe Figur 1). Daraus folgt sofort: **b = r = 3 m**

  Aus a = 7 m – 3 m folgt (siehe Figur 1): **a = 4 m**

  Mit a = 4 m und b = 3 m erhält man:

  $A_D = \frac{1}{2} \cdot 4\text{ m} \cdot 3\text{ m} = \mathbf{6\text{ m}^2}$

- Flächeninhalt des **Viertelkreises**:

  Ein ganzer Kreis hat den Flächeninhalt $\pi \cdot r^2$.

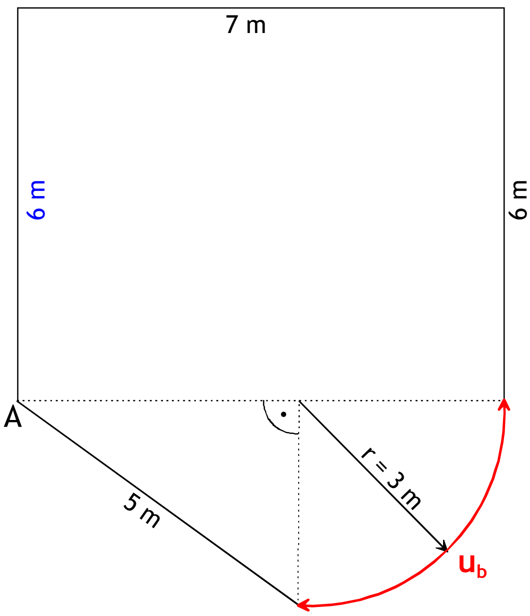
  Somit ist der Flächeninhalt des Viertelkreises: $A_{VK} = (\pi \cdot r^2) : 4$

  Mit r = 3 m erhält man: $A_{VK} = (\pi \cdot 3^2) : 4 = \mathbf{7{,}1\text{ m}^2}$

Der gesamte Flächeninhalt des Geheges ist somit: $A_{ges} = 42\text{ m}^2 + 6\text{ m}^2 + 7{,}1\text{ m}^2 = \mathbf{55{,}1\text{ m}^2}$

Ergebnis: Der Flächeninhalt des Geheges beträgt **55,1 m²**.

Die Länge des Zauns für das Gehege:



Figur 2

Man muss den Umfang U_G des Geheges berechnen. Dazu geht man in Gedanken einmal um das Gehege herum. Man erhält dabei ausgehend von der Ecke A (siehe Figur 2):

$U_G = 6\text{ m} + 7\text{ m} + 6\text{ m} + u_b + 5\text{ m}$

Die Länge des **Kreisbogens u_b** ist der vierte Teil des Umfangs des ganzen Kreises mit dem Radius r = 3 m.

Ein ganzer Kreis hat den Umfang $2\pi \cdot r$.

Somit ist der Umfang eines Viertelkreises: $u_b = (2\pi \cdot r) : 4$

Mit r = 3 m erhält man: $u_b = (2\pi \cdot 3\text{ m}) : 4 = \mathbf{4{,}7\text{ m}}$

Der gesamte Umfang des Geheges ist somit:

$U_{ges} = 6\text{ m} + 7\text{ m} + 6\text{ m} + 4{,}7\text{ m} + 5\text{ m} = \mathbf{28{,}7\text{ m}}$

Ergebnis:

Es werden **28,7 m Zaun** benötigt, um das Gehege einzuzäunen.