Inhalt der Lösungen zur Prüfung 2021:

Lösungen zur Prüfung 2021: Pflichtteil A1

Aufgabe 1:

Das richtige Ergebnis von 31232,5 : 3,1:

Zunächst sollte man in beiden Zahlen das Komma so weit nach rechts verschieben, dass der Teiler (rechte Zahl) ohne Komma dasteht. Verschieben um eine Stelle nach rechts ergibt:

$31\,232{,}50 : 3{,}10 = 31\,2325{,}0 : 31{,}0 = \mathbf{312\,325 : 31}$

Hinweis: Damit das Komma beim Verschieben nicht „ins Leere“ fällt, sollte man rechts jeweils eine „0“ anfügen.

Da die möglichen Ergebnisse vorgegeben sind, kann man den Wert des Quotienten 312 325 : 31 mit der gerundeten Näherung **312 325 ≈ 310 000** berechnen. Dadurch vermeidet man eine aufwändige schriftliche Division.

Außerdem sollte man den Quotienten 310 000 : 31 als Bruch schreiben, weil man dann durch einfaches Kürzen das genäherte Ergebnis erhält.

Man erhält: $312\,325 : 31 \approx 310\,000 : 31 = \frac{310\,000}{31} = \frac{31 \cdot 10\,000}{31} = \mathbf{10\,000}$

Durch Vergleich dieses Werts mit den angebotenen Werten sieht man, dass **10 075** das richtige Ergebnis ist.

Ergebnis: Das richtige Ergebnis ist **10 075**.

Aufgabe 2:

Die Anzahl der Gläser, die mit dem Inhalt der drei Flaschen befüllt werden können:

Die gesuchte Anzahl der Gläser erhält man, indem man das gesamte Volumen der 3 Flaschen durch das Volumen eines Glases teilt.

Das gesamte Volumen der 3 Flaschen ist $V_{FL} = 3 \cdot 2\frac{1}{2}$

Man beachte: Damit man dieses Produkt berechnen kann, muss zuerst den gemischten Bruch $2\frac{1}{2}$ in einen unechten Bruch umwandeln.

Mit $2\frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 2 + 1}{2} = \frac{5}{2}$ folgt: $V_{Fl} = 3 \cdot \frac{5}{2} = \frac{3 \cdot 5}{2} = \frac{15}{2}$

(Zur Erinnerung: Man multipliziert einen Bruch mit einer ganzen Zahl, indem man den Zähler mit der ganzen Zahl multipliziert und den Nenner beibehält.)

Die Anzahl der Gläser, die mit dem Inhalt der 3 Flaschen befüllt werden können, ist nun der Quotient aus $V_{FL} = \frac{15}{2}$ und $V_{Glas} = \frac{1}{4}$:

Anzahl der Gläser $= \frac{15}{2} : \frac{1}{4} = \frac{15}{2} \cdot \frac{4}{1} = \frac{15 \cdot 4}{2 \cdot 1} = \frac{60}{2} =$ **30 Gläser**

(Zur Erinnerung: Man dividiert durch einen Bruch, indem man mit seinem Kehrbruch multipliziert.)

Ergebnis: Man kann mit dem Inhalt der 3 Flaschen genau **30 Gläser** befüllen.

Alternative Berechnung mit Dezimalzahlen:

Es ist $V_{FL} = \frac{15}{2} = 7{,}5$ und $V_{Glas} = \frac{1}{4} = 0{,}25$.

Für den Quotient $V_{FL} : V_{Glas}$ erhält man: $7{,}5 : 0{,}25 = 7{,}50 : 0{,}25 = 750 : 25 = 30$

(Hinweis: Es ist $3 \cdot 25 = 75$ bzw. $75 : 25 = 3$.)

Lösungen zur Prüfung 2021: Pflichtteil A1

Aufgabe 3:

Das Ergebnis von $3\,700\,000 \cdot 100$ als 10er-Potenz:

Wenn man eine ganze Zahl mit einer Zehnerzahl wie 100 multipliziert, muss man lediglich die Nullen der Zehnerzahl an die ganze Zahl anfügen. Da „100“ zwei Nullen hat, erhält man:

$3\,700\,000 \cdot 100 = 3\,700\,000\,00 = 370\,000\,000$

Um das Ergebnis als 10er-Potenz zu schreiben, hat man zwei Möglichkeiten:

1. Möglichkeit:

Man zählt die Nullen rechts von den Ziffern „37“. Das sind **7** Nullen. Also gilt: $370\,000\,000 = \mathbf{37 \cdot 10^7}$

2. Möglichkeit:

Man fügt rechts von „3“ ein Komma ein und zählt die Stellen rechts von „3“. Man erhält **8** Stellen.
Somit gilt: $370\,000\,000 = \mathbf{3{,}7 \cdot 10^8}$

Ergebnis: Das Ergebnis von $3\,700\,000 \cdot 100$ ist als 10er-Potenz $\mathbf{37 \cdot 10^7}$ oder $\mathbf{3{,}7 \cdot 10^8}$.

Aufgabe 4:

Überprüfen der Aussage *„Alles um 75 % reduziert“*:

Zur Überprüfung der Aussage muss man zunächst berechnen, wie viel 75 % von 120 € sind.
Wenn man anschließend diesen Wert von 120 € abzieht, erhält man den neuen Preis. Der alte Preis ist der Grundwert G = 120 €. Gesucht ist der Prozentwert W.

Mit der Formel $W = \frac{p}{100} \cdot G$ erhält man: $W = \frac{75}{100} \cdot 120$ €

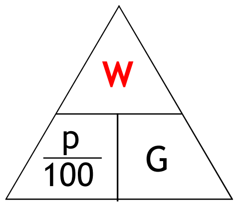
Zur leichteren Berechnung dieses Produkts sollte man zuerst den Bruch $\frac{75}{100}$ kürzen. Durch Kürzen mit 25 erhält man:

$$\frac{75}{100} = \frac{75:\mathbf{25}}{100:\mathbf{25}} = \frac{3}{4}$$

Damit folgt für den abgezogenen Betrag:

$$\frac{75}{100} \cdot 120\text{ €} = \frac{3}{4} \cdot 120\text{ €} = \frac{3 \cdot 120\text{ €}}{4} = \frac{360\text{ €}}{4} = \mathbf{90\text{ €}}$$

Das ist der Betrag, um den der alte Preis angeblich reduziert wurde. Der **neue Preis** hätte dann aber **30 €** = 120 € – 90 € betragen müssen und nicht 40 €.



Das „Formeldreieck“ zur Prozentrechnung

Hinweis:
Mit dem „Formeldreieck“ erhält man die Formel zur Berechnung der gesuchten Größe, indem man die gesuchte Größe einfach abdeckt. Hier ist das der Prozentwert W.

Ergebnis: Die Aussage **stimmt nicht**.

Alternative Berechnung mit 25 %:

Wenn um 75 % reduziert wird, bleiben vom alten Preis noch 25 % (= 100 % – 75 %) übrig. Man kann den neuen Preis also auch direkt als 25 % von 120 € berechnen.

Dabei erhält man: 25 % von 120 € = 25 % · 120 € = $\frac{25}{100} \cdot 120$ €

Durch Kürzen mit 25, kann man den Bruch $\frac{25}{100}$ vereinfachen zu: $\frac{25}{100} = \frac{25:\mathbf{25}}{100:\mathbf{25}} = \frac{1}{4}$

Damit folgt: neuer Preis $= \frac{25}{100} \cdot 120\text{ €} = \frac{1}{4} \cdot 120\text{ €} = \frac{120\text{ €}}{4} = \mathbf{30\text{ €}} \neq \mathbf{40\text{ €}}$

Lösungen zur Prüfung 2021: Pflichtteil A1

Aufgabe 5:

Die Lösung der Gleichung:

1. Schritt: Zunächst sollte man die Klammer ausmultiplizieren:

$4 \cdot (3x - 2) = 8x + 7 - 6x - 10$

$\Leftrightarrow \quad 4 \cdot 3x - 4 \cdot 2 = 8x + 7 - 6x - 10$

$\Leftrightarrow \quad 12x - 8 = 8x + 7 - 6x - 10$

2. Schritt:

Anschließend sollte man den Term auf der rechten Seite soweit wie möglich vereinfachen. Das heißt, die Summanden der gleichen Sorte zusammenfassen. Den Term auf der linken Seite kann man nicht weiter vereinfachen. Man achte dabei auf die Rechenzeichen:

$12x - 8 = 8x + 7 - 6x - 10$

$\Leftrightarrow \quad 12x - 8 = 2x - 3 \quad |$ Es ist $8x - 6x = 2x$ und $+7 - 10 = -3$

3. Schritt:

Dann muss man alle x-Terme auf eine Seite bringen (z.B. nach links) und alle Zahlenterme auf die andere Seite (also nach rechts). Dazu muss man den jeweiligen Term mit umgekehrtem Vorzeichen der anderen Seite anfügen. Auf der bisherigen Seite muss man diesen Term dann weglassen:

$12x - 8 = 2x - 3 \quad | -2x$

$\Leftrightarrow \quad 12x - 8 - 2x = -3 \quad | +8$

$\Leftrightarrow \quad 12x - 2x = -3 + 8$

4. Schritt: Zusammenfassen beider Seiten und Berechnen des x-Werts:

$12x - 2x = -3 + 8$

$\Leftrightarrow \quad 10x = +5 \quad | :10$

$\Leftrightarrow \quad x = +5 : 10 = \frac{+5}{10} = \mathbf{+0{,}5} = \mathbf{+\frac{1}{2}}$

Hinweis: Das Teilen durch 10 bewirkt, dass der Faktor „10“ vor der Variablen x wegfällt. 10x : 10 = x

Ergebnis: Die Gleichung hat die Lösung $\mathbf{x = +0{,}5 = +\frac{1}{2}}$.

Aufgabe 6:

Die Diagonalen im Quadernetz:

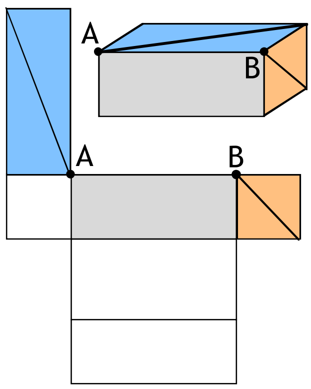
Wenn man das Netz zu einem Quader faltet, bildet das blaue Rechteck den Deckel und das kleine orangenfarbige Rechteck die Seitenfläche des Quaders (siehe Figur 1).

Die Punkte A und B liegen im Quader an den markierten Stellen.

Ausgehend von A bzw. von B kann man nun die beiden Diagonalen in das Quadernetz einzeichnen.

Hinweis:

In der Zeichnung wurde das orangenfarbige Rechteck des Quaders nach vorne geklappt. Die graue Fläche des Quaders bleibt in der Zeichenebene.



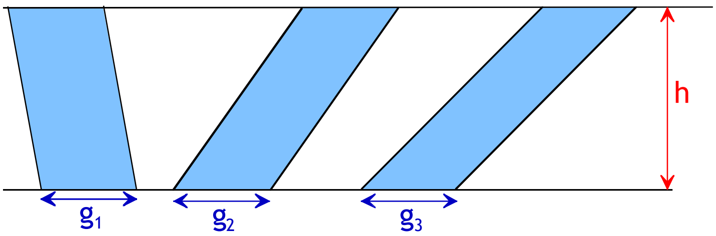
Figur 1

Lösungen zur Prüfung 2021: Pflichtteil A1

Aufgabe 7:

Flächeninhalte der Parallelogramme:

Die drei Parallelogramme sind die blau markierten Flächen. Für den Flächeninhalt eines Parallelogramms gilt die Formel: $\mathbf{A = g \cdot h}$, mit der Grundseite g und der Höhe h



Wie man anhand der Zeichnung sofort erkennt, haben alle 3 Parallelogramme die gleiche **Höhe h**. Wenn alle Parallelogramme den gleichen Flächeninhalt haben sollen, müssen daher auch die 3 Grundseiten g_1, g_2 und g_3 gleich lang sein. Durch Messen mit dem Geodreieck bzw. Lineal erhält man:

$g_1 = 1{,}25$ cm ; $g_2 = 1{,}25$ cm und $g_3 = 1{,}25$ cm

Ergebnis: Somit haben alle Parallelogramme **den gleichen Flächeninhalt**.

Aufgabe 8:

Berechnung des Durchschnitts:

Der Durchschnitt ist der Quotient aus der *Summe aller Notenwerte* und der *Anzahl der Schüler/innen*.

Zur besseren Übersicht sollte man zunächst für jede Note die Summe der Notenwerte bestimmen. Die Anzahl der jeweiligen Schüler kann man der Strichliste entnehmen. Man erhält:

Summe der Notenwerte zur Note **1** (2 Schüler/innen): $1 + 1 = 2 \cdot 1 = \mathbf{2}$

Summe der Notenwerte zur Note **2** (3 Schüler/innen): $2 + 2 + 2 = 3 \cdot 2 = \mathbf{6}$

Summe der Notenwerte zur Note **3** (7 Schüler/innen): $3 + 3 + \ldots + 3 = 7 \cdot 3 = \mathbf{21}$

Summe der Notenwerte zur Note **4** (3 Schüler/innen): $4 + 4 + 4 = 3 \cdot 4 = \mathbf{12}$

Summe der Notenwerte zur Note **5** (2 Schüler/innen): $5 + 5 = 2 \cdot 5 = \mathbf{10}$

Die Summe *aller* Notenwerte ist:

$2 + 6 + 21 + 12 + 10 = 8 + 21 + 12 + 10 = 29 + 12 + 10 = 41 + 10 = \mathbf{51}$

Die Anzahl aller Schülerinnen und Schüler ist die Summe aller Striche: $2 + 3 + 7 + 3 + 2 = \mathbf{17}$

Der Durchschnitt ist somit $51 : 17 = \mathbf{3{,}0}$

Ergebnis: Der Durchschnitt der Klasse beträgt **3,0**.

Hinweis:
Zur leichten Berechnung des Quotienten 51 : 17 kann man sich die 17er-Reihe aufschreiben:

$17 \rightarrow 34 \rightarrow \mathbf{51} \rightarrow 68 \; . \; . \; .$

Lösungen zur Prüfung 2021: Pflichtteil A1

Aufgabe 9:

Die prozentuale Verteilung als Balken:

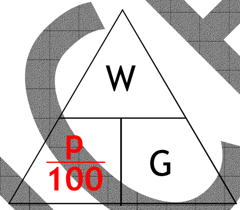
Zunächst muss man die 3 Prozentsätze berechnen, die den 25 roten, 10 grünen und 15 gelben Gummibärchen entsprechen. Der Grundwert ist immer G = 50 Gummibärchen.

Mit der Formel $\frac{p}{100} = \frac{W}{G}$ bzw. $p = \frac{W}{G} \cdot 100$ erhält man für die einzelnen Prozentsätze:

Zu W_1 = 25 rote Gummibärchen: $p_1\,\% = \frac{25}{50} \cdot 100\,\% = \frac{1}{2} \cdot 100\,\% = \mathbf{50\,\%}$

Zu W_2 = 10 grüne Gummibärchen: $p_2\,\% = \frac{10}{50} \cdot 100\,\% = \frac{1}{5} \cdot 100\,\% = \mathbf{20\,\%}$

Zu W_3 = 15 gelbe Gummibärchen: $p_3\,\% = \frac{15}{50} \cdot 100\,\% = \frac{3}{10} \cdot 100\,\% = \mathbf{30\,\%}$



Das „Formeldreieck“ zur Prozentrechnung

Hinweis:

Mit dem „Formeldreieck“ erhält man die Formel zur Berechnung der gesuchten Größe, indem man die gesuchte Größe einfach abdeckt.

Tipp:

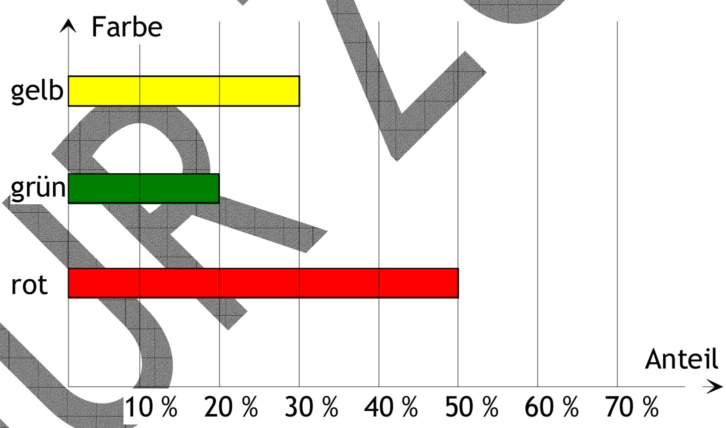
Noch einfacher kann man hier die Prozentsätze bestimmen, indem man die Anteile der 3 Sorten Gummibärchen an der Gesamtzahl 50 als Bruch schreibt und den Bruch auf den Nenner 100 erweitert. Der Zähler des „100er-Bruchs“ ist dann die gesuchte Prozentzahl:

Der Bruchteil der 25 rote Gummibärchen ist: $\frac{25}{50} = \frac{25 \cdot \mathbf{2}}{50 \cdot \mathbf{2}} = \frac{50}{100} = \mathbf{50\,\%}$

Der Bruchteil der 10 grünen Gummibärchen ist: $\frac{10}{50} = \frac{10 \cdot \mathbf{2}}{50 \cdot \mathbf{2}} = \frac{20}{100} = \mathbf{20\,\%}$

Der Bruchteil der 15 gelben Gummibärchen ist: $\frac{15}{50} = \frac{15 \cdot \mathbf{2}}{50 \cdot \mathbf{2}} = \frac{30}{100} = \mathbf{30\,\%}$

Die Balken im Schaubild:



Lösungen zur Prüfung 2021: Pflichtteil A1

Aufgabe 10:

Die fehlenden Werte der proportionalen Zuordnung:

In einer proportionalen Zuordnung ist der Quotient der beiden Werte eines Wertepaars immer gleich.

In dieser Aufgabe ist dies der Quotient $\frac{\text{Anzahl der Schrauben}}{\text{Gewicht in g}}$ bzw. dessen Kehrbruch $\frac{\text{Gewicht in g}}{\text{Anzahl der Schrauben}}$.

Deren Werte sind durch das Wertepaar (30; 120) gegeben:

$$\frac{\text{Anzahl der Schrauben}}{\text{Gewicht in g}} = 4 \quad \text{bzw.} \quad \frac{\text{Gewicht in g}}{\text{Anzahl der Schrauben}} = \frac{1}{4}$$

- Wenn man die Anzahl der Schrauben, die zum Gewicht 20 g gehören, mit **y** bezeichnet, muss gelten:

$$\frac{y}{20} = \frac{120}{30}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{y}{20} = 4 \quad | \cdot 20$$

$$\Leftrightarrow \quad \mathbf{y} = \mathbf{80}$$

- Wenn man das Gewicht, das zu 240 Schrauben gehört, mit **x** bezeichnet, muss gelten:

$$\frac{x}{240} = \frac{30}{120}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{x}{240} = \frac{1}{4} \quad | \cdot 240$$

$$\Leftrightarrow \quad x = \frac{1}{4} \cdot 240$$

$$\Leftrightarrow \quad x = \frac{240}{4}$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 240 : 4$$

$$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x} = \mathbf{60}$$

Die vollständige Tabelle sieht dann so aus:

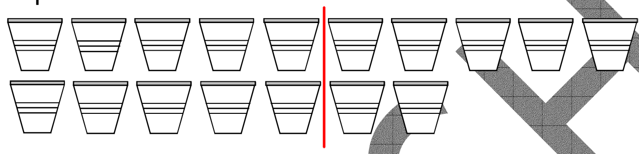
Gewicht in g	20	30	**60**
Anzahl der Schrauben	**80**	120	240

Lösungen zur Prüfung 2021: Pflichtteil A2

Aufgabe 1:

Die Anzahl der Plastikdeckel:

Papierbecher:



Zunächst muss man die Anzahl der Papierbecher bestimmen. Das ist dann der Grundwert.

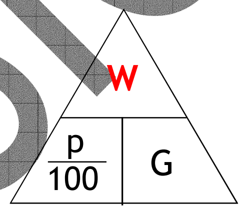
Tipp: Wenn man in der Abbildung nach 5 Bechern einen Strich zieht, kann man die Papierbecher leichter abzählen. Man zählt 17 Papierbechersymbole.

Da ein Symbol für 100 Mio. Becher steht, gibt es $17 \cdot 100$ Mio. = **1700 Mio. Papierbecher**.

Gesucht sind also p % = 70 % von 1700 Mio. Papierbechern.

Einsetzen von p = 70 und G = 1700 Mio. in die Formel $W = \frac{p}{100} \cdot G$ ergibt:

$W = \frac{70}{100} \cdot 1700$ Mio. = **1190 Mio. = 1,19 Mrd. Plastikdeckel**



Das „Formeldreieck“ zur Prozentrechnung

Ergebnis:

Es werden jährlich **1190 Mio. = 1,19 Mrd. Plastikdeckel** verwendet.

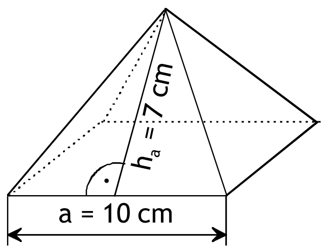
Hinweis: Mit dem „Formeldreieck“ erhält man die Formel zur Berechnung der gesuchten Größe, indem man die gesuchte Größe einfach abdeckt. Hier ist das der Prozentwert W.

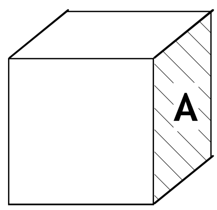
Aufgabe 2:

Die schraffierte Fläche des Würfels:

Zunächst muss man mit a = 10 cm und h_a = 7 cm die Oberfläche der Pyramide berechnen. Die Oberfläche des Würfels besteht aus 6 gleich großen Quadraten. Eines davon ist die schraffierte Fläche A. Indem man dann den Wert der Pyramidenoberfläche in die Oberflächenformel des Würfels $\mathbf{O_W = 6 \cdot A}$ einsetzt, kann man den Wert für die gesuchte Fläche A berechnen.

Die Oberfläche der Pyramide besteht aus 4 gleich großen Dreiecken und einer quadratischen Grundfläche. Mit den Formeln





$A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$ und $A_{Quadrat} = a^2$ erhält man:

$O_{Pyr} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a + a^2 = \mathbf{2a \cdot h_a + a^2}$

(Hinweis: Es ist $4 \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$)

Mit a = 10 cm und h_a = 7 cm folgt: $\mathbf{O_{Pyr}} = 20 \cdot 7 + 100 = \mathbf{240\ cm^2}$

Einsetzen von $O_W = O_{Pyr} = 240\ cm^2$ in die Oberflächenformel des Würfels $O_W = 6 \cdot A$ ergibt:

$240 = 6 \cdot A$ | Vertauschen der Seiten

$\Leftrightarrow\ 6 \cdot A = 240$ | : 6

$\Leftrightarrow\ A = 240 : 6$

$\Leftrightarrow\ A = 40$ bzw. $\mathbf{A = 40\ cm^2}$

Ergebnis: Die schraffierte Fläche des Würfels hat den Flächeninhalt **A = 40 cm²**.

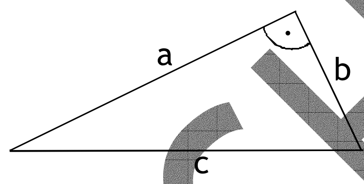
Lösungen zur Prüfung 2021: Pflichtteil A2

Aufgabe 3:

Ist das Dreieck rechtwinklig ?

Wenn das Dreieck rechtwinklig sein soll, dann muss in dem Dreieck der Satz des Pythagoras gelten: $\mathbf{a^2 + b^2 = c^2}$,

mit den Katheten a und b und der Hypotenuse c.



Einsetzen der Werte a = 4,5 cm, b = 5,3 cm und c = 7,0 cm ergibt (ohne die Einheit cm):

$$4{,}5^2 + 5{,}3^2 = 7{,}0^2$$

$$\Leftrightarrow \quad 20{,}25 + 28{,}09 = 49{,}0$$

$$\Leftrightarrow \quad 48{,}34 = 49{,}0 \quad \text{falsche Aussage}$$

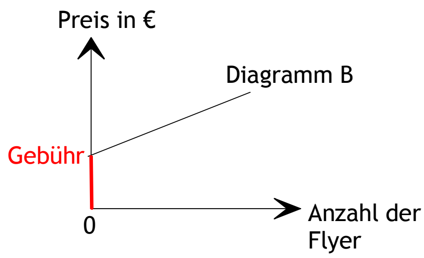
Ergebnis: Das Dreieck mit den angegebenen Maßen ist nicht rechtwinklig. Thorsten hat **nicht recht**.

Aufgabe 4:

Welches Angebot gehört zu welchem Diagramm ?

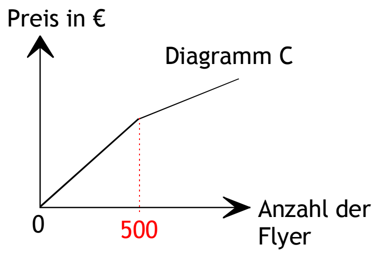
In den Diagrammen steht die x-Achse für die Anzahl der Flyer und die y-Achse für den Preis in €. Die Steigung des Preisverlaufs entspricht dem Stückpreis. Je größer der Stückpreis umso steiler ist der Preisverlauf. Mit Hilfe dieser Zusammenhänge können die Diagramme den Angeboten zugeordnet werden:

Das einzige Diagramm, bei dem schon bei einer Stückzahl von 0 Flyern eine Gebühr anfällt, ist Diagramm B.



Weil nur im Angebot 1 eine Bearbeitungsgebühr unabhängig von der Stückzahl anfällt, muss also das **Angebot 1 zum Diagramm B** gehören.

Weil in Diagramm C der Preisverlauf zwei unterschiedliche Steigungen bzw. einen Knick aufweist, muss **Diagramm C zum Angebot 3** gehören. Denn nur bei Angebot 3 gibt es je nach Anzahl der Flyer zwei unterschiedliche Stückpreise.



Bei Angebot 1 gibt es keine Grundgebühr und nur eine Steigung des Preisverlaufs. Somit muss das **Diagramm A zum verbliebenen Angebot 2** gehören.

Ergebnis:

Angebot 1 ↔ Diagramm B; Angebot 2 ↔ Diagramm A; Angebot 3 ↔ Diagramm C.

Für welches Angebot sollte sich Lisa entscheiden ?

Man muss zu jedem Angebot den Preis für 1000 Flyer berechnen. Der jeweilige Preis ergibt sich aus dem Produkt zwischen Stückpreis und Anzahl der Flyer. Bei Angebot 1 muss man zusätzlich die Bearbeitungsgebühr berücksichtigen.

Preis bei Angebot 1: 45,00 € + 0,39 € · 1000 = **435 €**

Preis bei Angebot 2: 0,45 € · 1000 = **450 €**

Preis bei Angebot 3: 0,39 € · 1000 = **390 €** (= günstigstes Angebot)

Ergebnis: Lisa sollte sich für das **Angebot 3** entscheiden.

Lösungen zur Prüfung 2021: Pflichtteil A2

Aufgabe 5:

Alle möglichen Kombinationen:

Kombinationen zur Zehnerstelle „2“:
26 ; 27 und 29

Zehner:	Einer:
2 3 4	6 7 9

Kombinationen zur Zehnerstelle „3“:
36 ; 37 und 39

Zehner:	Einer:
2 3 4	6 7 9

Kombinationen zur Zehnerstelle „4“:
46 ; 47 und 49

Zehner:	Einer:
2 3 4	6 7 9

Ergebnis: Alle möglichen Kombinationen sind **26; 27; 29; 36; 37; 39; 46; 47 und 49.**

Die Wahrscheinlichkeit, eine gerade Zahl zu erhalten:

Ob man eine gerade oder ungerade Zahl erhält, wird allein von der Einerstelle entschieden:
Ist die Einerstelle gerade, dann ist auch die ganze Zahl gerade - ansonsten nicht. Man braucht für die Berechnung der Wahrscheinlichkeit also nur die Ziffern der Einerstelle berücksichtigen:
Da von den 3 möglichen Einerstellen nur *eine* Ziffer gerade ist – nämlich „6“, beträgt die Wahrscheinlichkeit, eine gerade Zahl zu erhalten, $P_{gerade} = \frac{1}{3}$.

Alternative Berechnung:

Wenn man alle möglichen Kombinationen berücksichtigt, sieht die Berechnung der Wahrscheinlichkeit so aus:

Von allen 9 möglichen Zahlen sind 3 Zahlen gerade (rote Markierung):

26; 27; 29; 36; 37; 39; 46; 47 und 49

Somit beträgt die Wahrscheinlichkeit, eine gerade Zahl zu erhalten, $P_{gerade} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

Ergebnis: Die Wahrscheinlichkeit, eine gerade Zahl zu erhalten, ist $P_{gerade} = \frac{1}{3}$.

Lösungen zur Prüfung 2021: Wahlteil B - Aufgabe 1

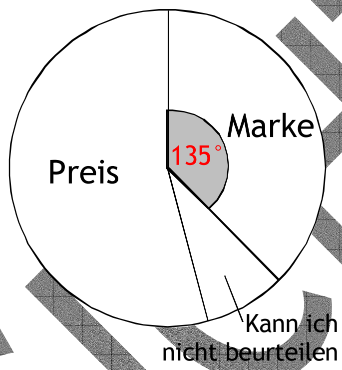
Aufgabe 1a:

Anzahl der Personen, die auf den Preis achten:

Man muss die Anzahl der Personen, die auf den Preis achten, mit einer **Dreisatzrechnung** bestimmen.

Dazu benötigt man die **Mittelpunktswinkel** der Kreisausschnitte „Marke“ und „Preis“. Weil die Anzahl der Personen, die auf die Marke achten, bereits angegeben ist (270), kann man dann daraus die Anzahl der Personen des Kreisausschnitts „Preis“ berechnen.

Wichtig: Zum genauen Messen der Winkel sollte man die Schenkel verlängern (siehe unten).



Figur 1

Man erhält (siehe Figur 1): Mittelpunktswinkel von „Marke“ = 135°

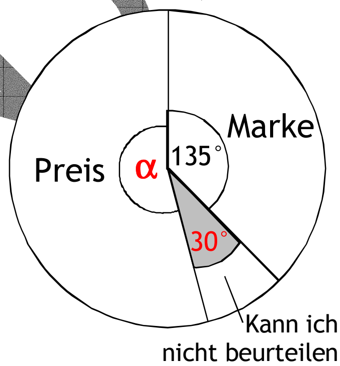
Es gilt also die Beziehung: **135° ≙ 270 Personen**

Um daraus die Anzahl der Personen bestimmen zu können, die auf den Preis achten, benötigt man den Mittelpunktswinkel des Ausschnitts „Preis“.

Man beachte: Weil dies ein *überstumpfer* Winkel ist, kann man ihn nicht direkt mit dem Geodreieck messen.

Wenn man aber den Mittelpunktswinkel des Ausschnitts „*Kann ich nicht beurteilen*“ kennt, kann man daraus den Mittelpunktswinkel des Ausschnitts „Preis“ bestimmen. Man erhält (siehe Figur 2):

Mittelpunktswinkel von „*Kann ich nicht beurteilen*“ = 30°



Figur 2

Da die Summe aller Mittelpunkswinkel 360° ergeben muss, folgt für den Mittelpunkswinkel α von „Preis“:

$\alpha + 30° + 135° = 360°$

$\Leftrightarrow \quad \alpha + 165° = 360° \quad | -165°$

$\Leftrightarrow \quad \alpha = 360° - 165°$

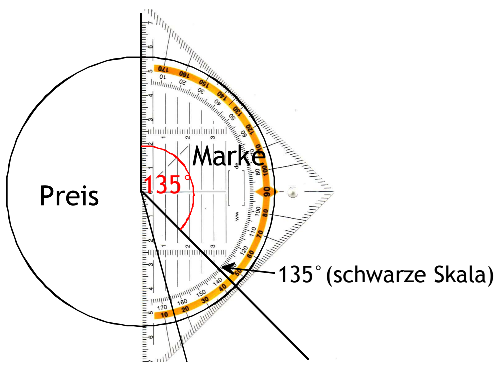
$\Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\alpha = 195°}$

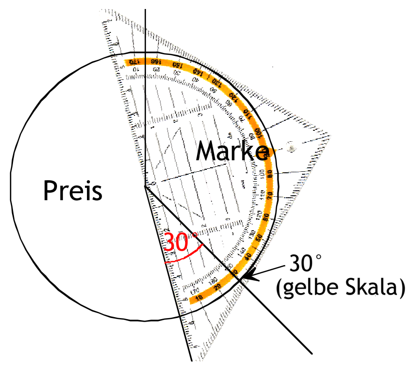
Schließlich muss man mit Hilfe einer Dreisatzrechnung bestimmen, wie viele Personen dem Winkel $\alpha = 195°$ entsprechen. Man erhält:

$$\begin{aligned} 135° &= 270 \text{ Personen} \\ &\quad :135 \quad\quad :135 \\ 1° &= 2 \text{ Personen} \\ &\quad \cdot 195 \quad\quad \cdot 195 \\ 195° &= \mathbf{390\ Personen} \end{aligned}$$

Ergebnis: Von den befragten Personen achten **390 Personen** auf den Preis.

Anlegen des Geodreiecks:





Lösungen zur Prüfung 2021: Wahlteil B - Aufgabe 1

Aufgabe 1b:

Der Preis für den Zaun um die Rasenfläche:

Man muss den Preis für das Zaunstück mit einer **Dreisatzrechnung** berechnen.

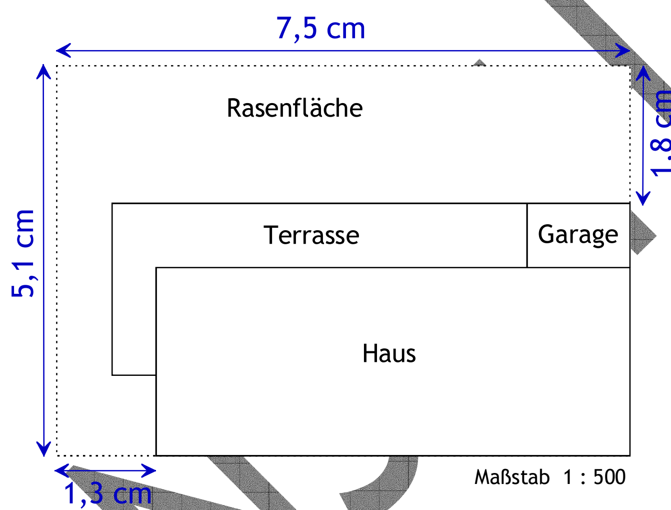
Dazu benötigt man zuerst die Länge des Zauns in Meter, die man anhand der Zeichnung und dem angegebenen Maßstab 1 : 500 bestimmen kann.

Die Länge L des Zaunstücks beträgt in der Zeichnung (gestrichelte Linie):

$L = 1{,}3\text{ cm} + 5{,}1\text{ cm} + 7{,}5\text{ cm} + 1{,}8\text{ cm} = \mathbf{15{,}7\text{ cm}}$

Die Maßstabsangabe 1 : 500 bedeutet, dass 1 cm in der Zeichnung der Länge 500 cm in Wirklichkeit entspricht. 15,7 cm entsprechen also

$15{,}7\,\text{cm} \cdot 500 = 7850\,\text{cm} = \mathbf{78{,}50\text{ m}}$ in Wirklichkeit.



Laut Aufgabenstellung kosten 2,5 m Zaun 62,50 €. Mit einer Dreisatzrechnung erhält man dann den Preis für 78,50 m Zaun:

$$\begin{array}{rrcll} :2{,}5 & 2{,}5\text{ m} & = & 62{,}50\text{ €} & :2{,}5 \\ \cdot 78{,}5 & 1\text{ m} & = & 25{,}00\text{ €} & \cdot 78{,}5 \\ & 78{,}50\text{ m} & = & \mathbf{1962{,}50\text{ €}} & \end{array}$$

Ergebnis: Der Zaun ist 70 m lang und kostet **1962,50 €**.

Lösungen zur Prüfung 2021: Wahlteil B - Aufgabe 2

Aufgabe 2a:

Die Anordnung der 40 Zaunteile für den größtmöglichen Flächeninhalt:

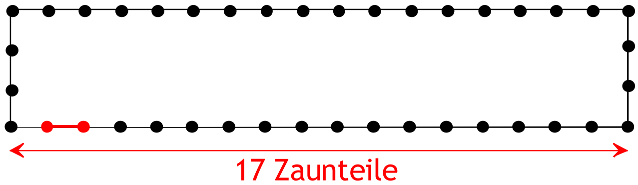
Zur Vereinfachung kann man die Länge eines Zaunteils als 1 Meter festlegen. Der Umfang des Vierecks ist dann unabhängig von der Anordnung immer 40 m.

(Hinweis: Statt „Meter“ kann man natürlich auch die Längeneinheit „Zaunteil“ benutzen, was allerdings etwas ungewohnt wäre.)

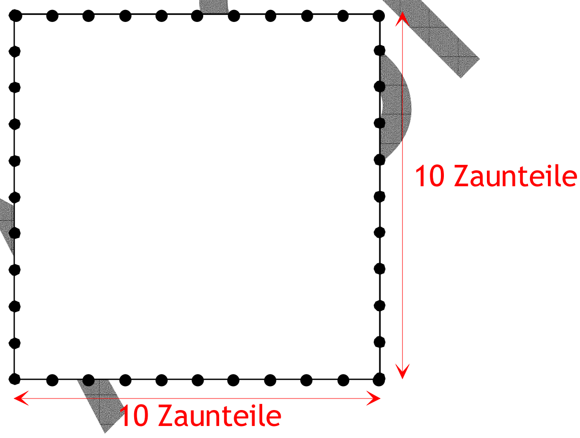
Gesucht ist diejenige Anordnung, bei der dieses Viereck den größtmöglichen Flächeninhalt hat.

Diese Anordnung ist ein **Quadrat** (siehe Anordnung 2).

Hinweis: Diese Tatsache sollte man *wissen*, um die Aufgabe lösen zu können. Ansonsten müsste man die Flächeninhalte aller möglichen Anordnungen mühsam berechnen.



Anordnung 1



Anordnung 2

In Anordnung 1 ist der Flächeninhalt $A_1 = 3\text{ m} \cdot 17\text{ m} = 51\text{ m}^2$ (wenn 1 Zaunteil die Länge 1 m hat.)

In Anordnung 2 ist der Flächeninhalt $A_2 = 10\text{ m} \cdot 10\text{ m} = 100\text{ m}^2$ (wenn 1 Zaunteil die Länge 1 m hat.)

Ergebnis:

Die Zaunteile müssen so gesteckt werden, dass ein **Quadrat mit der Seitenlänge „10 Zaunteile“** entsteht.

Lösungen zur Prüfung 2021: Wahlteil B - Aufgabe 2

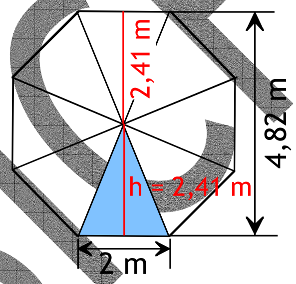
Aufgabe 2b:

<u>Die Länge von x für die Dachform 2:</u>

Man muss zunächst den Flächeninhalt der Dachform 1 berechnen und für den Flächeninhalt der Dachform 2 eine Formel aufstellen. Anhand dieser Formel kann man dann den Wert für x berechnen.

Die Dachform 1 besteht aus 8 gleichen Dreiecken. Eines dieser Dreiecke ist in Figur 1 blau markiert.

Dachform 1:



Figur 1

Es hat die Grundseite **g = 2 m** und die Höhe **h = 2,41 m** (= 4,82 m : 2).

Mit der Formel $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$ folgt für den Flächeninhalt dieses Dreiecks:

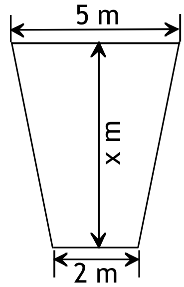
$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ m} \cdot 2{,}41 \text{ m} = 2{,}41 \text{ m}^2$

Weil die Dachform 1 aus 8 dieser Dreiecke besteht, ist ihr Flächeninhalt:

$\mathbf{A_1} = 8 \cdot 2{,}41 \text{ m}^2 = \mathbf{19{,}28 \text{ m}^2}$

Die Dachform 2 ist ein Trapez mit der Grundseite a = 2 m, der Oberseite c = 5 m und der Höhe $h_c = x$.

Dachform 2:



Figur 2

Für den Flächeninhalt eines Trapezes gilt die Formel: $A_2 = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$

(Hinweis: Das Trapez der Dachform 2 steht auf dem Kopf. Man könnte a und c auch vertauschen. In Figur 2 ist h = x.)

Weil beide Dachformen den gleichen Flächeninhalt haben, gilt:

$A_2 = A_1 = 19{,}28 \text{ m}^2$

Einsetzen von $A_2 = 19{,}28 \text{ m}^2$, a = 2 m, c = 5 m und h = x in die Formel

$A_2 = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$ ergibt (ohne die Einheit m):

$19{,}28 = \frac{1}{2} \cdot (2 + 5) \cdot x$

$\Leftrightarrow \quad 19{,}28 = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot x$

$\Leftrightarrow \quad 19{,}28 = 3{,}5 \cdot x \qquad |$ Vertauschen der Seiten

$\Leftrightarrow \quad 3{,}5 \cdot x = 19{,}28 \qquad | \; : 3{,}5$

$\Leftrightarrow \quad x = 19{,}28 : 3{,}5$

$\Leftrightarrow \quad x = 5{,}51$ bzw. **x = 5,51 m**

<u>Ergebnis:</u> Die Länge von x ist **<u>x = 5,51 m</u>**.

Lösungen zur Prüfung 2021: Wahlteil B - Aufgabe 3

Aufgabe 3a:

Prüfen der Aussagen:

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine bestimmte Farbe angezeigt wird, hängt bei dem Glücksrad mit den beschriebenen Eigenschaften von der Anzahl n der Flächen ab. Es gilt:

P(bestimmte Farbe) = $\frac{1}{n}$; mit n = Anzahl der Flächen

Mit dieser Formel können alle Aussagen bewertet werden.

Aussage 1 ist falsch, weil P(bestimmte Farbe) = $\frac{1}{n}$ umso ***kleiner*** wird, je mehr Flächen es sind.

Aussage 2 ist richtig, weil alle Flächen gleich groß sind und jede Farbe nur 1-Mal vorkommt. Somit ist die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{n}$ für jede Fläche gleich. (Die Zahl n ist die Anzahl der Flächen.)

Aussage 3 ist falsch, weil die Formel P(bestimmte Farbe) = $\frac{1}{n}$ unabhängig davon ist, welche Farben zuvor gedreht worden sind.

Aussage 4 ist richtig. Denn mit P = 12,5 % = 0,125 gilt:

$$0{,}125 = \frac{1}{n} \quad | \cdot n$$
$$\Leftrightarrow \quad 0{,}125\, n = 1 \quad | : 0{,}125$$
$$\Leftrightarrow \quad n = 1 : 0{,}125 = 8$$

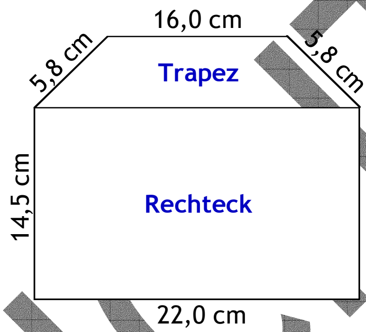
(Hinweis: Wenn man weiß, dass 0,125 = $\frac{1}{8}$ ist, gilt $\frac{1}{8} = \frac{1}{n}$. Daraus folgt sofort n = 8.)

Ergebnis:

Aussage	wahr	falsch
Je mehr Flächen es sind, umso größer ist die Wahrscheinlichkeit, eine bestimmte Farbe zu drehen.	☐	X
Die Wahrscheinlichkeit jeder Farbe ist gleich groß.	X	☐
Eine gewünschte Farbe ist lange nicht gedreht worden. Die Wahrscheinlichkeit, diese Farbe beim nächsten Mal zu drehen, ist nun höher.	☐	X
Wenn die Wahrscheinlichkeit, eine Farbe zu drehen, bei 12,5 % liegt, dann ist das Glücksrad in 8 Flächen unterteilt.	X	☐

Lösungen zur Prüfung 2021: Wahlteil B - Aufgabe 3

Aufgabe 3b:



Figur 1

Der Flächeninhalt der zusammengesetzten Fläche:

Die zusammengesetzte Fläche besteht aus einem Rechteck und einem gleichschenkligen Trapez (siehe Figur 1).

Flächeninhalt des Rechtecks:

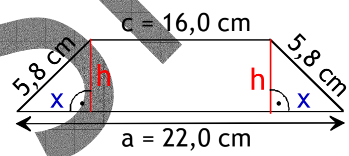
Die Seiten des Rechtecks haben die Längen 22,0 cm und 14,5 cm. Somit ist der Flächeninhalt des Rechtecks:

$A_{Rechteck} = 22{,}0\text{ cm} \cdot 14{,}5\text{ cm} = \mathbf{319\text{ cm}^2}$

Flächeninhalt des Trapezes:

Für den Flächeninhalt eines Trapezes gilt die Formel:

$A_{Trapez} = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$

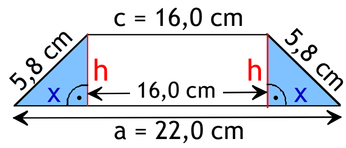


Figur 2

Der Zeichnung entnimmt man (siehe Figur 2): a = 22,0 cm; c = 16,0 cm

Um die Höhe h berechnen zu können, muss man sie zuerst jeweils von den oberen Ecken aus auf die Grundseite a zeichnen (siehe Figur 2).

Die Höhe h kann dann in einem der markierten Dreiecke von Figur 3 mit dem Satz des Pythagoras berechnet werden, wenn man die Länge der Strecke x kennt.



Figur 3

Die beiden eingezeichneten Höhen h schneiden aus der Grundseite a = 22,0 cm zwei gleich große Abschnitte x heraus, weil das Trapez gleichschenklig ist (siehe Figur 2 und 3). Für die Länge x gilt somit:

$2x + 16{,}0\text{ cm} = 22{,}0\text{ cm} \quad | \ -16{,}0\text{ cm}$

$\Leftrightarrow \quad 2x = 6{,}0\text{ cm} \quad | \ :2$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x = 3{,}0\text{ cm}}$

Der Satz des Pythagoras in einem der beiden blauen Dreiecke von Figur 3 lautet:

$h^2 + x^2 = 5{,}8^2$

Einsetzen von x = 3,0 cm ergibt:

$h^2 + 3{,}0^2 = 5{,}8^2$

$\Leftrightarrow \quad h^2 + 9{,}0 = 33{,}64 \quad | \ -9{,}0$

$\Leftrightarrow \quad h^2 = 24{,}64 \quad | \ \sqrt{\ }$

$\Rightarrow \quad \mathbf{h = 4{,}96\text{ cm}}$

Einsetzen von a = 22,0 cm, c = 16,0 cm und h = 4,96 cm in $A_{Trapez} = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$ ergibt schließlich:

$A_{Trapez} = \frac{1}{2} \cdot (22{,}0 + 16{,}0) \cdot 4{,}96 = \frac{1}{2} \cdot 38{,}0 \cdot 4{,}96 = 19{,}0 \cdot 4{,}96 = \mathbf{94{,}24\text{ cm}^2}$

Die zusammengesetzte Fläche hat somit den Flächeninhalt $A_{zus} = 319\text{ cm}^2 + 94{,}24\text{ cm}^2 = \mathbf{413{,}24\text{ cm}^2}$

Ergebnis: Der Flächeninhalt der zusammengesetzten Fläche beträgt $\underline{A_{zus} = \mathbf{413{,}24\text{ cm}^2}}$.

Lösungen zur Prüfung 2021: Wahlteil B - Aufgabe 4

Aufgabe 4a:

Berechnen des Angebots mit mehr Zinsen:

Man kann sich die Entwicklung des Anfangskapitals K_0 = 1850 € anhand einer Tabelle veranschaulichen.
Dabei gelten folgende Regeln:

1.) Wenn die Zinsen jeweils zum Kapital hinzugezählt werden, gilt mit der Prozentzahl p:
Kapital am Jahresende = (Kapital am Jahresanfang) mal (Zinsfaktor q); mit $q = 1 + \frac{p}{100}$

2.) Das Kapital an einem Jahresende ist immer das Anfangskapital des nächsten Jahres.

3.) Die gesamten Zinsen sind der Unterschied zwischen dem Kapital nach 3 Jahren und dem Anfangskapital 1850 €.

Entwicklung des Kapitals bei Bank A:

Die Zinsfaktoren sind in allen 3 Jahren gleich: $q = 1 + \frac{0{,}9}{100} = 1{,}009$

Jahr	Kapital K_0 am Jahresanfang	Zinsfaktor q	Kapital K_E am Jahresende
1.	1850 €	1,009	**1866,65 €** (= 1850 € · 1,009)
2.	**1866,65 €**	1,009	**1883,45 €** (= 1866,65 € · 1,009)
3.	**1883,45 €**	1,009	**1900,40 €** (= 1883,45 € · 1,009)

Die Zinsen Z_A bei Bank A sind somit: Z_A = 1900,40 € – 1850 € = **50,40 €**

Entwicklung des Kapitals bei Bank B:

Die Zinsfaktoren sind in den 3 Jahren:

$q_1 = 1 + \frac{0{,}4}{100} = \mathbf{1{,}004}$; $q_2 = 1 + \frac{1{,}1}{100} = \mathbf{1{,}011}$ und $q_3 = 1 + \frac{1{,}3}{100} = \mathbf{1{,}013}$

Jahr	Kapital K_0 am Jahresanfang	Zinsfaktor q	Kapital K_E am Jahresende
1.	1850 €	1,004	**1857,40 €** (= 1850 € · 1,004)
2.	**1857,40 €**	1,011	**1877,83 €** (= 1857,40 € · 1,011)
3.	**1877,83 €**	1,013	**1902,24 €** (= 1877,83 € · 1,013)

Die Zinsen Z_B bei Bank B sind somit: Z_B = 1902,24 € – 1850 € = **52,24 €**

Ergebnis:

Bei **Angebot B** bekommt man mehr Zinsen. Der Zinsunterschied ist 52,24 € – 50,40 € = **1,84 €**.

Hinweis:

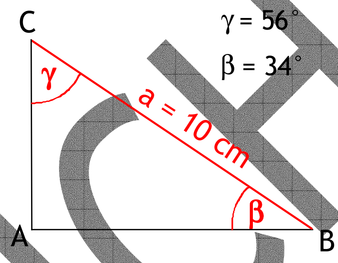
Man kann das Kapital nach 3 Jahren auch mit der Formel $K_3 = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3$ berechnen, ohne eine Tabelle erstellen zu müssen. Mit K_0 = 1850 € und den entsprechenden Zinsfaktoren q erhält man das gleiche Ergebnis.

Lösungen zur Prüfung 2021: Wahlteil B - Aufgabe 4

Aufgabe 4b:

<u>Das Dreieck mit $\beta = 34^\circ$, $\gamma = 56^\circ$ und $a = 10$ cm:</u>

Zunächst sollte man sich eine Skizze des Dreiecks machen (siehe Figur 1).



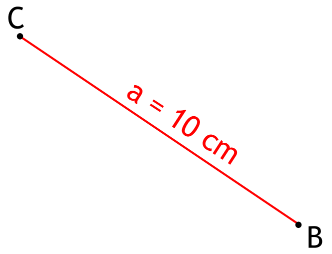
Figur 1

Man beachte dabei:

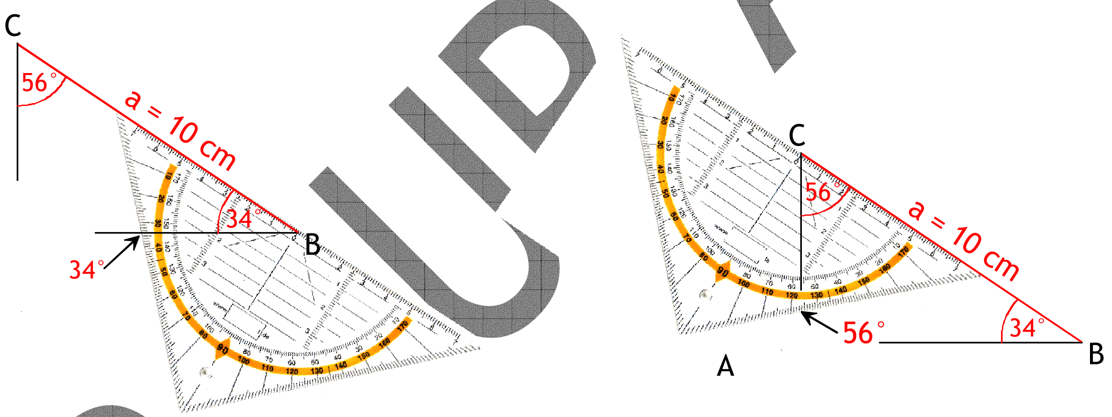
- Die Ecken mit A, B und C müssen entgegen dem Uhrzeigersinn beschriftet werden.
- Die Seite a = 10 cm liegt gegenüber dem Eckpunkt A.
- Der Winkel β liegt beim Eckpunkt B und der Winkel γ beim Eckpunkt C.

Anhand der Skizze kann man einen Konstruktionsplan aufstellen:

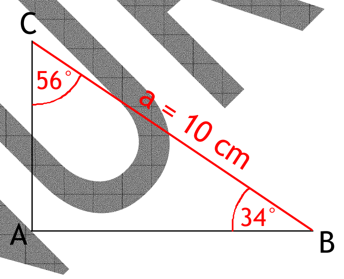
1. Zeichne die Strecke a = 10 cm und beschrifte deren Endpunkte mit B und C.



2. Trage mit dem Geodreieck von B den Winkel $\beta = 34^\circ$ und von C den Winkel $\gamma = 56^\circ$ ab.



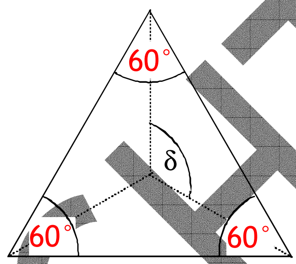
3. Verlängere die beiden Seiten b und c so weit, bis sie sich schneiden. Der Schnittpunkt ist der Eckpunkt A.



Lösungen zur Prüfung 2021: Wahlteil B - Aufgabe 4

Berechnung des Winkels δ:

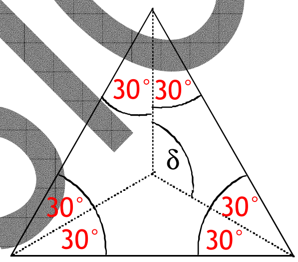
Die drei Innenwinkel eines gleichseitigen Dreiecks sind gleich groß – nämlich 60° (siehe Figur 1). Dies sollte man auswendig wissen !



Figur 1

Merkhilfe: Weil die Summe der 3 Innenwinkel in einem Dreieck immer 180° ergibt, muss ein Innenwinkel in einem *gleichseitigen* Dreieck 180° : 3 = 60° betragen.

Jeder dieser drei 60°-Winkel wird von den Winkelhalbierenden halbiert. Man erhält so die sechs 30°-Winkel in Figur 2.



Figur 2

Den Winkel δ kann man nun mit der Summe der Innenwinkel in dem markierten Dreieck von Figur 3 berechnen.

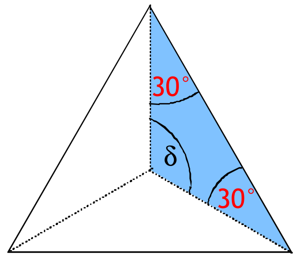
Es gilt (siehe Figur 3):

$\delta + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ$

$\Leftrightarrow \quad \delta + 60^\circ = 180^\circ \quad | -60^\circ$

$\Leftrightarrow \quad \delta = 180^\circ - 60^\circ$

$\Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\delta = 120^\circ}$



Figur 3

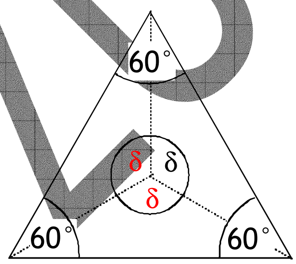
Ergebnis: Der Winkel δ beträgt **δ = 120°**.

Alternative Lösungsmöglichkeit:

Aus Symmetriegründen sind die Winkel neben dem Winkel δ gleich groß wie δ (siehe Figur 4). Da ein Vollwinkel immer 360° beträgt, muss gelten:

$3 \cdot \delta = 360^\circ \quad | : 3$

$\Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\delta = 120^\circ}$



Figur 4