Inhalt der Lösungen zur Prüfung 2011:

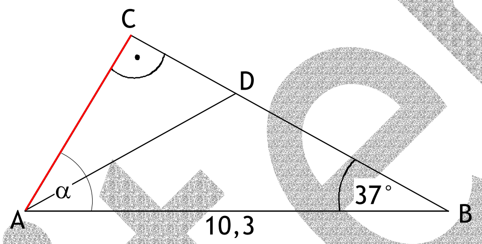
Musterseiten

Lösungen zur Prüfung 2011: Pflichtbereich

Aufgabe P1:

Berechnung der Länge $\overline{AC}$:

Die Länge $\overline{AC}$ kann im Dreieck ABC mit der Sinusfunktion berechnet werden (siehe Figur 1).



Figur 1

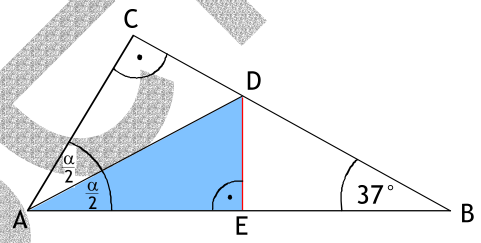
Es gilt: $\sin 37^\circ = \frac{\overline{AC}}{10{,}3} \quad | \cdot 10{,}3$

$\Leftrightarrow \quad \overline{AC} = 10{,}3 \cdot \sin 37^\circ = \mathbf{6{,}20\ cm}$

Ergebnis: Die Länge der Strecke $\overline{AC}$ ist $\overline{AC}$ = **6,20 cm**.

Berechnung des Abstands von D zur Seite AB:

Die Länge $\overline{DE}$ kann im Dreieck AED mit der Sinusfunktion berechnet werden, wenn man die Länge $\overline{AD}$ und den Winkel α bzw. $\frac{\alpha}{2}$ kennt (siehe Figur 2). Es gilt:



Figur 2

$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}} \quad | \cdot \overline{AD}$

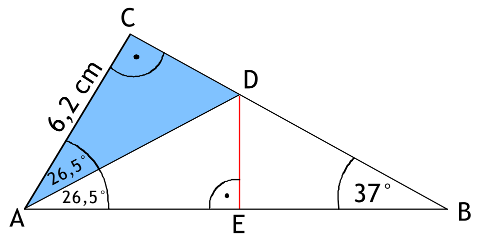
$\Leftrightarrow \quad \overline{AD} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} = \overline{DE}$ bzw. $\overline{DE} = \overline{AD} \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$

→ Berechnung des Winkel α:

Der Winkel α und damit $\frac{\alpha}{2}$ kann über die Summe der Innenwinkel im Dreieck ABC berechnet werden (siehe Figur 1). Es gilt: $\alpha + 37^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow \underline{\alpha = 53^\circ}$ und $\frac{\alpha}{2} = \underline{26{,}5^\circ}$

→ Berechnung der Länge $\overline{AD}$:

Die Länge $\overline{AD}$ kann im Dreieck ADC mit der Kosinusfunktion berechnet werden (siehe Figur 3).



Figur 3

Es gilt: $\cos 26{,}5^\circ = \frac{6{,}2}{\overline{AD}} \quad | \cdot \overline{AD}$

$\Leftrightarrow \quad \overline{AD} \cdot \cos 26{,}5^\circ = 6{,}2 \quad | : \cos 26{,}5^\circ$

$\Leftrightarrow \quad \overline{AD} = \underline{6{,}93\ cm}$

Mit $\frac{\alpha}{2} = 26{,}5^\circ$ und $\overline{AD} = 6{,}93$ cm erhält man für $\overline{DE} = \overline{AD} \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$:

$\overline{DE}$ = **3,1 cm**

Ergebnis: Der Abstand des Punktes D von der Seite AB ist $\overline{DE}$ = **3,1 cm**.

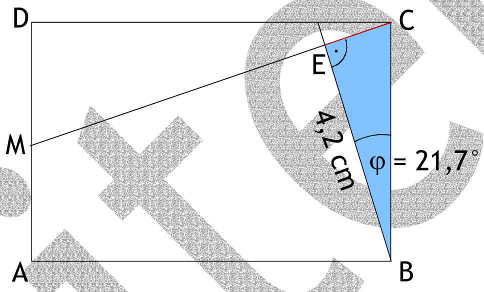
Musterseiten

Lösungen zur Prüfung 2011: Pflichtbereich

Aufgabe P2:

Berechnung der Länge $\overline{ME}$:

Für die Länge $\overline{ME}$ gilt: $\mathbf{\overline{ME} = \overline{MC} - \overline{EC}}$ (siehe Figur 1)



Figur 1

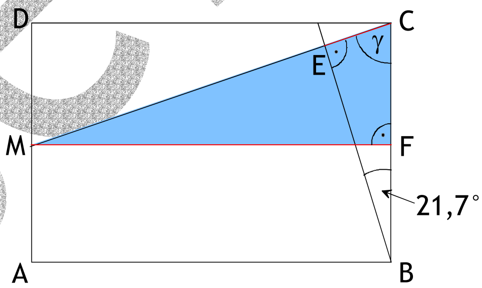
→ Berechnung der Länge $\overline{EC}$:

Die Länge $\overline{EC}$ kann im Dreieck BCE mit der Tangensfunktion berechnet werden (siehe Figur 1).

Es gilt: $\tan 21{,}7^\circ = \frac{\overline{EC}}{4{,}2} \quad | \cdot 4{,}2$

$\Leftrightarrow \quad 1{,}67 = \overline{EC}$ bzw. $\mathbf{\overline{EC} = 1{,}67\ cm}$

→ Berechnung der Länge $\overline{MC}$:



Figur 2

Zur Berechnung der Länge $\overline{MC}$ muss man die Hilfslinie MF eintragen (siehe Figur 2). Wenn man dann den Winkel γ und die Länge $\overline{FC}$ kennt, kann man die Länge $\overline{MC}$ im Dreieck MFC mit der Kosinusfunktion berechnen. Es gilt: $\mathbf{\cos\gamma = \frac{\overline{FC}}{\overline{MC}}}$

Den Winkel γ erhält man mit der Summe der Innenwinkel im Dreieck BCE. Darin gilt:

$\gamma + 21{,}7^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow \underline{\gamma = 68{,}3^\circ}$

Für die Strecke $\overline{FC}$ gilt: $\overline{FC} = 0{,}5\ \overline{BC}$, da der Punkt M laut Aufgabenstellung die Strecke $\overline{AD}$ halbiert. Die Strecke $\overline{BC}$ wiederum kann man im Dreieck BCE mit der Kosinusfunktion berechnen (siehe Figur 1). Darin gilt: $\cos 21{,}7^\circ = \frac{4{,}2}{\overline{BC}} \quad | \cdot \overline{BC}$

$\Leftrightarrow \quad \overline{BC} \cdot \cos 21{,}7^\circ = 4{,}2 \quad | : \cos 21{,}7^\circ$

$\Leftrightarrow \quad \overline{BC} = 4{,}52\ cm$

Mit $\overline{FC} = 0{,}5\ \overline{BC}$ erhält man: $\overline{FC} = \underline{2{,}26\ cm}$

Einsetzen von $\gamma = 68{,}3^\circ$ und $\overline{FC} = 2{,}26$ cm in $\cos\gamma = \frac{\overline{FC}}{\overline{MC}}$ ergibt:

$\cos 68{,}3^\circ = \frac{2{,}26}{\overline{MC}} \quad | \cdot \overline{MC}$

$\Leftrightarrow \quad \overline{MC} \cdot \cos 68{,}3^\circ = 2{,}26 \quad | : \cos 68{,}3^\circ$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{\overline{MC} = 6{,}11\ cm}$

Mit $\overline{EC} = 1{,}67$ cm und $\overline{MC} = 6{,}11$ cm erhält man schließlich für $\overline{ME} = \overline{MC} - \overline{EC}$:

$\mathbf{\overline{ME} = 4{,}44\ cm}$

Ergebnis: Die Länge $\overline{ME}$ beträgt $\mathbf{\overline{ME}} = \underline{\mathbf{4{,}44\ cm}}$.

Lösungen zur Prüfung 2011: Pflichtbereich

Aufgabe P3:

Berechnung der Oberfläche des Kegels:

Für die Oberfläche des Kegels gilt: $\mathbf{O_{Kegel} = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s}$

→ Berechnung des Radius r:

Der Radius r kann durch Einsetzen der angegebenen Grundfläche G_k = 78,5 cm^2 in die Formel $G_k = \pi \cdot r^2$ berechnet werden. Es folgt:

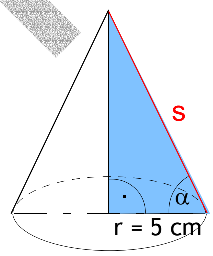
$78{,}5 = \pi \cdot r^2 \quad | \ :\pi$

$\Leftrightarrow \quad 25 = r^2 \quad | \ \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow \quad \underline{r = 5\text{ cm}}$

→ Berechnung der Seitenlänge s:

Die Seitenlänge s kann mit der Kosinusfunktion im markierten Dreieck und mit α = 70° berechnet werden. Es gilt:



$\cos 70° = \frac{5}{s} \quad | \ \cdot s$

$\Leftrightarrow \quad s \cdot \cos 70° = 5 \quad | \ :\cos 70°$

$\Leftrightarrow \quad \underline{s = 14{,}62\text{ cm}}$

Mit r = 5 cm und s = 14,62 cm erhält man für die Oberfläche des Kegels: $\mathbf{O_{Kegel} = 308{,}2\ cm^2}$

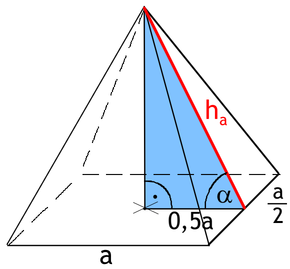
Berechnung der Oberfläche der Pyramide:

Für die Oberfläche der quadratischen Pyramide gilt: $\mathbf{O_{Pyr} = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_a}$

Die Kantenlänge a ist laut Aufgabenstellung a = d = 2r. Mit r = 5 cm folgt: <u>a = 10 cm</u>

→ Berechnung der Seitenhöhe h_a:

Die Seitenhöhe h_a kann mit der Kosinusfunktion im markierten Dreieck und mit α = 70° berechnet werden.



Mit 0,5a = 5 cm gilt: $\cos 70° = \frac{5}{h_a} \quad | \ \cdot h_a \quad | \ :\cos 70°$

$\Leftrightarrow \quad \underline{h_a = 14{,}62\text{ cm}}$

Mit a = 10 cm und h_a = 14,62 cm erhält man für die Oberfläche der Pyramide: $\mathbf{O_{Pyr} = 392{,}4\ cm^2}$

Ergebnis: Die Oberflächen des Kegels und der Pyramide sind <u>**nicht gleich groß**</u>. Tina hat nicht Recht.

Alternative Lösung:

Man kann Tinas Aussage auch ohne Rechnung allein durch Vergleich der Oberflächenformeln überprüfen. Wenn Tina Recht hätte, müsste gelten: $\pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_a$

Laut Aufgabenstellung ist **a = 2r**. Und da s und h_a jeweils die Hypotenusen in identischen Dreiecken sind, ist $\mathbf{h_a = s}$. Die Gleichung $\pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_a$ lautet somit:

$\pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s = (2r)^2 + 2 \cdot (2r) \cdot s$

$\Leftrightarrow \quad \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s = 4r^2 + 4r \cdot s \quad |$ Ausklammern von $\pi \cdot r$ (links) und 4r (rechts)

$\Leftrightarrow \quad \pi \cdot r \cdot (r + s) = 4r \cdot (r + s) \quad | \ :r(r + s)$

$\Leftrightarrow \quad \pi = 4$; falsche Aussage, also können beide Oberflächen nicht gleich groß sein.

© Mathematik-Verlag 2011, www.matheverlag.com Kopieren und Ausleihen verboten !