Inhalt der Lösungen zur Prüfung 2021:

Teil A_1 und A_2 - Pflichtteil:

Pflichtteil A1 2

Pflichtteil A2 6

Teil B - Wahlteil:

Aufgabe W1a 13
Aufgabe W1b 16

Aufgabe W2a 18
Aufgabe W2b 20

Aufgabe W3a 22
Aufgabe W3b 23

Aufgabe W4a 26
Aufgabe W4b 28

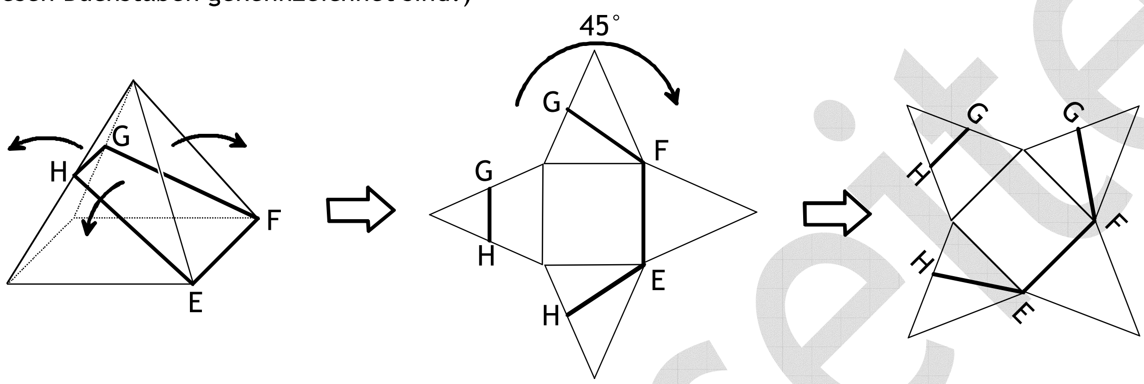
Lösungen zur Prüfung 2021: Pflichtteil A1

Aufgabe 1:

a) Zuordnung des richtigen Netzes:

Um das richtige Netz der Pyramide leichter zuordnen zu können, sollte man zunächst die Ecken des Streckenzugs in der quadratischen Pyramide mit E, F, G und H bezeichnen und anschließend die vier Seitenflächen „aufklappen“. So erhält man das Netz der Pyramide. Wenn man dieses Netz dann um 45° im Uhrzeigersinn dreht, erkennt man, dass es mit Netz (B) übereinstimmt:

(Hinweis: Eine Bezeichnung der Ecken mit A, B, C und D würde etwas irritieren, da die vier Netze mit eben diesen Buchstaben gekennzeichnet sind.)



= Netz (B)

Ergebnis: Der Streckenzug wird auf dem **Netz (B)** richtig dargestellt.

b) Das Volumen der quadratischen Pyramide:

Einsetzen von a = 5 cm und h = 6 cm in die Formel $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$ ergibt:

$$V = \frac{1}{3} \cdot 5^2 \cdot 6 = \frac{1}{3} \cdot 25 \cdot 6 = 25 \cdot \frac{1}{3} \cdot 6 = 25 \cdot 2 = \mathbf{50\ cm^3}$$

Hinweis: Um den Wert von Hand leicht berechnen zu können, sollte man zuerst die Faktoren „25“ und „$\frac{1}{3}$“ vertauschen und dann den Wert von „$\frac{1}{3} \cdot 6$“ berechnen. Es ist: $\frac{1}{3} \cdot 6 = \frac{6}{3} = 2$.

Ergebnis: Die quadratische Pyramide hat das Volumen **V = 50 cm³**.

Aufgabe 2:

Die Lösung der Gleichung:

Es ist:

$$(x-3)(x+5)+7 = 8(x-2) \quad | \text{ Ausmultiplizieren der Klammern}$$
$$\Leftrightarrow \quad x^2 + 5x - 3x - 15 + 7 = 8x - 16$$
$$\Leftrightarrow \quad x^2 + 2x - 8 = 8x - 16 \quad | \ -8x + 16$$
$$\Leftrightarrow \quad x^2 - 6x + 8 = 0$$

Mit der b,c-Formel $x_{1,2} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$ erhält man:

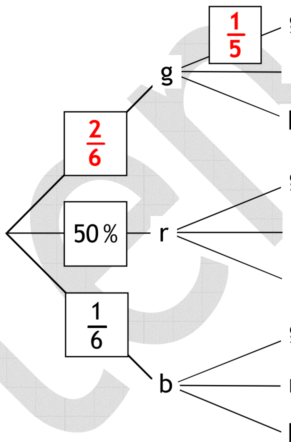
$$x_1 = -(-3) + \sqrt{(-3)^2 - 8} = 3 + \sqrt{9-8} = 3 + \sqrt{1} = \mathbf{4} \quad \text{und} \quad x_2 = 3 - \sqrt{1} = \mathbf{2}$$

Ergebnis: Die Lösungen der Gleichung sind $\underline{x_1 = 4}$ und $\underline{x_2 = 2}$.

Lösungen zur Prüfung 2021: Pflichtteil A1

Aufgabe 3:

a) Ergänzen der beiden leeren Felder im Baumdiagramm:



• Für die Wahrscheinlichkeit P_1 des ersten Felds benötigt man die Regel, dass die Summe aller Wahrscheinlichkeiten, die von einem Knotenpunkt ausgehen, den Wert „1“ hat. Es muss also gelten: $\frac{1}{6} + 50\,\% + P_1 = 1$

Mit $50\,\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ folgt: $\frac{1}{6} + \frac{3}{6} + P_1 = 1$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{4}{6} + P_1 = 1 \quad \Big| -\frac{4}{6}$$

$$\Leftrightarrow \quad P_1 = 1 - \frac{4}{6}$$

$$\Leftrightarrow \quad P_1 = \frac{6}{6} - \frac{4}{6}$$

$$\Leftrightarrow \quad \mathbf{P_1 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}}$$

• Für die Berechnung der Wahrscheinlichkeit P_2 des zweiten Felds muss man beachten, dass das gleichzeitige Ziehen von zwei Kugeln einem Ziehen *ohne* Zurücklegen der ersten Kugel entspricht und dass sich ursprünglich 2 gelbe Kugeln von insgesamt 6 Kugeln in dem Behälter befinden.

Dies folgt aus der Wahrscheinlichkeit $P_1 = \frac{2}{6}$.

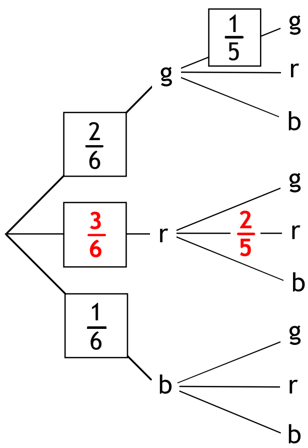
Wenn man also mit dem ersten Zug eine gelbe Kugel zieht („g“), dann befinden sich beim zweiten Zug nur noch insgesamt 5 Kugeln in dem Behälter, von denen nur noch eine Kugel gelb ist.

Somit muss die Wahrscheinlichkeit des zweiten leeren Feldes $\mathbf{P_2 = \frac{1}{5}}$ sein.

Ergebnis:

Die Wahrscheinlichkeiten der leeren Felder sind: $\mathbf{P_1 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}}$ (erstes Feld) und $\mathbf{P_2 = \frac{1}{5}}$ (zweites Feld).

b) Die Wahrscheinlichkeit, dass Kim zwei rote Kugeln zieht:



Man beachte auch hier, dass das gleichzeitige Ziehen von zwei Kugeln einem Ziehen von zwei Kugeln *ohne* Zurücklegen der ersten Kugel entspricht. Die Wahrscheinlichkeit, beim ersten Zug eine rote Kugel zu ziehen, ist $50\,\% = \frac{3}{6}$. Daran erkennt man, dass sich ursprünglich 3 rote Kugeln in dem Behälter befinden. Es ist also $P_1(\text{rot}) = \frac{3}{6}$.

Wenn Kim beim ersten Zug eine rote Kugel gezogen hat, sind beim zweiten Zug nur noch 5 Kugeln in dem Behälter, von denen nur noch 2 Kugeln rot sind. Es ist also $P_2(\text{rot}) = \frac{2}{5}$. Mit der Produktregel (= Pfadregel) folgt für die gesuchte Wahrscheinlichkeit: $P(r;\, r) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{30} = \mathbf{\frac{1}{5} = 20\,\%}$

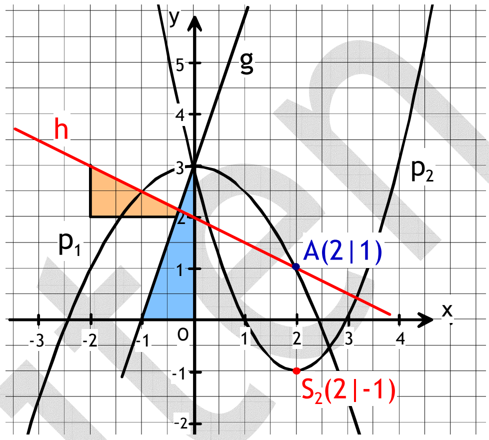
Ergebnis: Die Wahrscheinlichkeit, dass Kim zwei rote Kugeln zieht, ist $\mathbf{P(r;\, r) = \frac{1}{5} = 20\,\%}$.

Lösungen zur Prüfung 2021: Pflichtteil A1

Aufgabe 4:

a) Zuordnen der Graphen zu den richtigen Funktionsgleichungen:

Um den Graphen die richtigen drei Funktionsgleichungen zuordnen zu können, muss man zunächst anhand des Schaubilds ihre Funktionsgleichungen bestimmen.



• Die **Gerade g** geht durch den Punkt P(0|3). Somit ist in der Gleichung y = mx + c der Wert c = 3. Zur Bestimmung der Steigung m muss man ein Steigungsdreieck einzeichnen (siehe Zeichnung rechts). Das markierte Steigungsdreieck ist 3 LE hoch und 1 LE breit. Somit ist $m = \frac{3}{1} = 3$.

Die Funktionsgleichung von g ist also **y = 3x + 3**.
Das ist die **Funktionsgleichung (4).**

• Die verschobene **Normalparabel p_2** hat den Scheitelpunkt **$S_2(2|-1)$**. Einsetzen der Koordinaten von $S_2(2|-1)$ in die Scheitelform $y = (x - d)^2 + e$ ergibt (mit d = 2 und e = –1):

$y = (x - 2)^2 + (-1) = (x - 2)^2 - 1$

Zum Vergleich mit den angegebenen Funktionsgleichungen muss man die Quadratklammer noch ausmultiplizieren und den resultierenden Term zusammenfassen:

$$y = (x - 2)^2 - 1$$
$$\Leftrightarrow \quad y = x^2 - 4x + 4 - 1$$
$$\Leftrightarrow \quad \mathbf{y = x^2 - 4x + 3}$$

Das ist die **Funktionsgleichung (3).**

• Die **Parabel p_1** hat die allgemeine Form $y = ax^2 + c^*$. Da der Scheitelpunkt von p_1 die Koordinaten $S_1(0|3)$ hat, ist $c^* = 3$. Den Wert von a erhält man, indem man die Koordinaten eines Punktes der Parabel p_1 in die Gleichung $y = ax^2 + 3$ einsetzt. Einen solchen Punkt kann man dem Schaubild der Parabel p_1 entnehmen. Mit dem Punkt **A(2|1)** folgt:

$$1 = a \cdot 2^2 + 3$$
$$\Leftrightarrow \quad 1 = a \cdot 4 + 3$$
$$\Leftrightarrow \quad 1 = 4a + 3 \quad | -3$$
$$\Leftrightarrow \quad -2 = 4a \quad | :4$$
$$\Leftrightarrow \quad -\frac{2}{4} = a \quad \text{bzw.} \quad a = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

Somit lautet die Funktionsgleichung der Parabel **p_1: $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$**. Das ist die **Gleichung (2).**

Ergebnis:

Zur **Geraden g** gehört die **Funktionsgleichung (4): y = 3x + 3**

Zur **Parabel p_2** gehört die **Funktionsgleichung (3): $y = x^2 - 4x + 3$**

Zur **Parabel p_1** gehört die **Funktionsgleichung (2): $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$**

b) Der Graph der Geraden h:

Die Gerade h: $y = -\frac{1}{2}x + 2$ hat den y-Achsenabschnitt c = 2 und die Steigung $m = -\frac{1}{2}$.

Indem man vom Punkt P(0|2) aus ein Steigungsdreieck mit der Breite 2 LE und der Höhe 1 LE zeichnet, kann man den Graph von h erstellen (siehe Schaubild oben rechts). **Man beachte** beim Erstellen des Steigungsdreiecks, dass man die Breite 2 LE wegen der negativen Steigung nach *links* abtragen muss und die Höhe 1 LE nach oben.