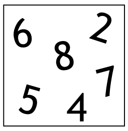
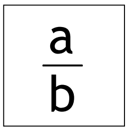
Vorwort:

Liebe Schülerin, lieber Schüler,
anhand der folgenden 123 Fragen kannst du dir schnell und nachhaltig alle Kenntnisse aneignen, die du für eine erfolgreiche Mathematik-Prüfung benötigst. Das Arbeitsheft vermittelt wichtige **Regeln**, **Formeln, Lösungsansätze** und **Vorgehensweisen** zu allen Prüfungsthemen. Viele Fragen beinhalten auch **kleinere Rechenaufgaben**, die du beim ersten Durcharbeiten auch überspringen kannst. Zur weiteren Vertiefung und Übung sind zudem bei allen Fragen **Verweise auf Original-Prüfungsaufgaben** angegeben. Die Antworten auf alle Fragen findest du ab Seite 21.

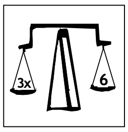
Wenn du deine Bearbeitungsergebnisse (richtig oder falsch) in die **Auswertungstabelle** auf Seite 34 einträgst, gewinnst du einen guten Überblick über deinen aktuellen Kenntnisstand. Daran erkennst du, welche Themen du schon „draufhast“ und wo es noch etwas klemmt.
Das Arbeitsheft kannst du auch sehr gut zum **Üben in der Kleingruppe** (ca. 2-3 Schüler/innen) benutzen, indem ihr euch gegenseitig abfragt oder euch gemeinsam die Antworten auf die Fragen überlegt. Folgende Symbole erleichtern dir die Orientierung im Heft:



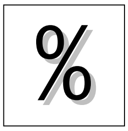
Rechnen mit Zahlen: (ab Seite 2)
Schriftliches Rechnen, negative Zahlen, Zahlenreihen, Rechnen mit Dezimalzahlen, Überschlagsrechnung, Wurzeln, Zehnerpotenzen



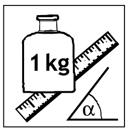
Bruchrechnung: (ab Seite 6)
Bruchteile von Figuren, Erweitern und Kürzen, gemeinsamer Nenner, Brüche und Dezimalzahlen, Addition und Subtraktion, Multiplikation und Division



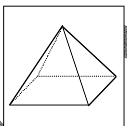
Terme und Gleichungen: (ab Seite 8)
Terme vereinfachen, Terme aufstellen, Gleichungen lösen



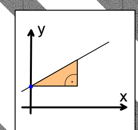
Prozent- und Zinsrechnung: (ab Seite 9)
Grundwert, Prozentwert und Prozentsatz, der verringerte Grundwert, Prozentsätze in Diagrammen, Zinsrechnung



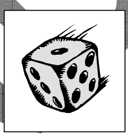
Größen und Winkel: (ab Seite 12)
Längeneinheiten, Flächeneinheiten, Volumeneinheiten, Gewichtseinheiten, Zeiteinheiten, Uhrzeit und Zeitdauer, Winkel messen und zeichnen.



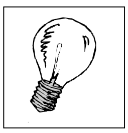
Flächen und Körper: (ab Seite 14)
Flächeninhalt und Umfang, Winkel in Dreiecken und Vierecken, Dreieckskonstruktionen, Satz des Pythagoras, Volumen von Körpern



Funktionale Zusammenhänge: (ab Seite 17)
Der Maßstab von Zeichnungen, Dreisatzrechnung, grafische Darstellungen von Zusammenhängen



Daten erfassen und Wahrscheinlichkeit: (ab Seite 19)
Relative und absolute Häufigkeit, der Mittelwert (Durchschnitt) einer Datenreihe, Kombinationen, Wahrscheinlichkeiten



Lösungsteil (ab Seite 21)

Viel Erfolg bei der Vorbereitung und in der Abschlussprüfung
wünscht dir das **Team des Mathematik-Verlags**.

Rechnen mit Zahlen:

(Lösungen auf Seite 21)

Frage 1: (Multiplikation, → MP1/A1-4)

Erläutere am Beispiel des Produkts $59 \cdot 6$, welchen Vorteil es hat, wenn man den zweistelligen Faktor (hier 59) zu $50 + 9$ zerlegt und dann mit 6 multipliziert. Berechne auf diese Weise den Wert der folgenden Produkte: a) $59 \cdot 6$ b) $35 \cdot 7$ c) $83 \cdot 5$

Frage 2: (Multiplikation, → MP1/A1-1)

Erläutere am Beispiel des Produkts $400 \cdot 6000$, wie man das Produkt zwischen zwei Zehnerzahlen berechnet. Gib das Ergebnis auch als Zehnerpotenz an.

Frage 3: (Multiplikation, → 2016/G-3b)

Wie berechnet man schriftlich das Produkt zweier 2-stelligen Zahlen ? Tue dies mit dem Produkt $46 \cdot 78$. Schreibe dabei alle Ziffern sauber in die Kästchen und denke an die „*Behalteziffern*“.

Frage 4: (Division, → 2017/G-5)

Erläutere am Beispiel $5922 : 7$, wie man eine schriftliche Division durchführt.

Frage 5: (Division, → 2018/G-1)

Erläutere am Beispiel des Quotienten $1186 : 5$, wann man im Ergebnis ein Komma setzen muss.

Frage 6: (Punkt-vor-Strich, → 2016/G-1)

Erläutere am Beispiel des Terms $25 - 11 \cdot 2$, was die Regel „Punkt-vor-Strich“ besagt.
Berechne mit dieser Regel den Wert des Terms.

Rechnen mit Zahlen:

(Lösungen auf Seite 21, 22)

Frage 7: (negative Zahlen, → MP4/A1-2)

Wie löst man folgende Klammerausdrücke auf ?
(„a“ steht hier für ein Zahlzeichen ohne Vorzeichen).
Ergänze die Lücken.

+(+a) = ____ ;   +(–a) = ____ ;

–(+a) = ____ ;   –(–a) = ____ ;

Frage 8: (Rechnen mit Klammern, → 2016/G-1)

Wie geht man vor, wenn in einem Rechenausdruck Klammern vorkommen. Erläutere dies am Beispiel des Terms 37 – (5 + 7) · 3 und berechne dessen Wert.

Frage 9: (Dezimalzahlen, → 2016/G-2)

Wie kann man ganze Zahlen wie 3; 16 oder 125 als Dezimalzahlen schreiben, ohne deren Wert damit zu verändern ?

Frage 10: (Dezimalzahlen, → 2016/G-2)

Was muss man beachten, wenn man schriftlich die Summe bzw. Differenz von Dezimalzahlen berechnen will ? Tue dies mit folgenden Aufgaben. Worauf muss man in b) außerdem noch achten ?

a) 5,8 + 3,7   b) 21,75 – 16,9

Frage 11: (Dezimalzahlen)

Worauf muss man achten, wenn man schriftlich die Summe bzw. Differenz zwischen einer ganzen Zahl und einer Dezimalzahl berechnen will ?
Tue dies am Beispiel der Summe 25 + 18,5 und der Differenz 100 – 73,85.

Frage 12: (Dezimalzahlen, → MP4/A1-1)

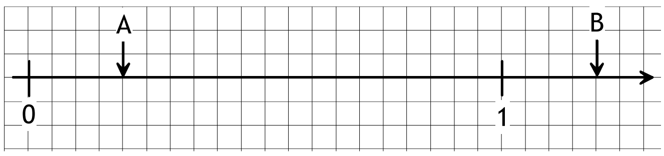
Erläutere am Beispiel des Produkts 2,25 · 8,7, wie man vorgeht, um das Produkt zweier Dezimalzahlen zu berechnen ?

Frage 13: (Dezimalzahlen)

Erläutere am Beispiel des Quotienten 95,2 : 14, wie man vorgeht, um den Quotienten aus einer Dezimalzahl und einer ganzen Zahl zu berechnen.

Frage 14: (Dezimalzahlen, → 2016/G-4)

Wie geht man vor, um eine Markierung in einem Zahlenstrahl als Dezimalzahl anzugeben ? Tue dies mit den Zahlen A und B in folgendem Zahlenstrahl:



A = ________ ; B = ________.

Rechnen mit Zahlen:

(Lösungen auf Seite 22, 23)

Frage 15: (negative Zahlen, → MP4/A1-6)

Wie ermittelt man in folgenden Rechenausdrücken das Ergebnis und dessen Vorzeichen ?

a) +8 – 12 b) –17 + 28

c) –25 + 12 d) – 13 – 19

Frage 16: (negative Zahlen, → MP4/A1-2)

Nach welchen Regeln bestimmt man das Vorzeichen eines Produkts bzw. eines Quotienten, wenn eine oder zwei negative Zahlen darin vorkommen ?
Berechne nach diesen Regeln:

a) +4 · (–7) b) –6 · (–12) c) –8 · (+6)

d) –42 : 7 e) 63 : (–9)

Frage 17: (Runden, → 2019/G-1)

Nach welchen Regeln rundet man eine Zahl ? Erläutere, indem du in den folgenden Beispielen auf die markierte Stelle rundest:

a) 2**0**289 b) 0,**4**91 c) **3**174,9 d) 1**8**5

Frage 18: (Runden)

Was muss man beachten, wenn eine Stelle mit der Ziffer „9“ aufgerundet wird ?
Erläutere, indem du in den Beispielen a) und b) auf die „9er-Stelle“ aufrundest. a) **9**85 b) 2**9**67

Frage 19: (Zehnerpotenzen, → 2021/A1-3)

Nach welcher Regel kann man folgende Zahlen mit Hilfe einer Zehnerpotenz ausdrücken ?
Ergänze jeweils die Lücken mit einer geeigneten Zehnerpotenz.

a) 50000 = 5 · ____

b) 7500000 = 75 · ____ = 7,5 · ____

c) 125 000 = 125 · ____ = 1,25 · ____

Frage 20: (Zehnerpotenzen, → MP2/A1-2)

Nach welcher Regel schreibt man folgende Ausdrücke als ganze Zahl ?

a) $32 \cdot 10^4$ b) $3{,}5 \cdot 10^6$ c) $0{,}25 \cdot 10^5$

Frage 21: (Zehnerpotenzen, → 2018/W4a)

Wofür stehen die folgenden Abkürzungen ?
Schreibe jeweils als Zehnerpotenz:
1 Mio. ; 1 Mrd. ; 1 Bio. ; 1 Brd.

(Lösungen auf Seite 23)

Frage 22: (Zehnerpotenzen, → 2017/W3b)

Schreibe als Zehnerpotenzen:
a) 75 Mio. b) 4,5 Mrd. c) 2 Bio.

Frage 23: (Zehnerpotenzen, → MP2/A1-2)

Wie kann man eine Zehnerpotenz mit einer anderen Zehnerpotenz beschreiben, die eine kleinere Hochzahl hat. Ergänze dazu folgende Lücken:

a) $10^7 = \square \cdot 10^6$

b) $10^9 = \square \cdot 10^7$

c) $3{,}5 \cdot 10^8 = 3{,}5 \cdot \square \cdot 10^6 = \square \cdot 10^6$

Frage 24: (Zehnerpotenzen, → MP1/A1-3)

Wie kann man die Summe bzw. Differenz zweier Zehnerpotenzen berechnen, wenn beide Zehnerpotenzen unterschiedliche Hochzahlen haben ?
Erläutere dies an folgenden Beispielen:
a) $3 \cdot 10^7 + 0{,}25 \cdot 10^8$ b) $7{,}6 \cdot 10^9 - 250 \cdot 10^7$

Frage 25: (Zehnerpotenzen)

Wie vergleicht man die Größe von Produkten mit Zehnerpotenzen, wenn die Zehnerpotenzen unterschiedliche Hochzahlen haben ?
Erläutere dies an folgendem Beispiel:
$0{,}4 \cdot 10^8$; $39 \cdot 10^6$; $5{,}2 \cdot 10^7$

Frage 26: (Zehnerpotenzen, → 2018/W4a)

a) Wie gibt man eine Potenz in den Taschenrechner ein ? Berechne dazu den Term „5 Mrd. mal 12“ mit deinem Taschenrechner und gib das Ergebnis als Potenz an.

b) Was muss man beachten, wenn man mit dem Taschenrechner durch ein Produkt teilen will. Berechne dazu den Term „2,5 Mrd. : 0,5 Mio.“

Frage 27: (Wurzeln, → 2019/G-2)

Ergänze die Lücke: $\sqrt{a^2} = \_\_\_\_$
Berechne nach dieser Regel die Wurzeln
$\sqrt{16}$; $\sqrt{49}$ und $\sqrt{81}$.

Frage 28: (Wurzeln, Quadratzahlen, → 2018/G-2)

Wie lauten alle ganzen Quadratzahlen zwischen 0 und 100 ? Gib jeweils deren Wurzel an.

Bruchrechnung:

$\frac{a}{b}$

(Lösungen auf Seite 23, 24)

Frage 29: (Bruchteile von Figuren, → 2019/G-4)

Wie viele Kästchen musst du in folgendem Rechteck markieren, um den Bruch $\frac{3}{4}$ zu veranschaulichen ?

Tue dies.

Frage 30: (Brüche und Zahlenstrahl, → MP1/A1-2)

Auf einem Zahlenstrahl bestehe 1 Längeneinheit aus 10 Kästchen.

Wo befindet sich der Bruch $\frac{2}{5}$ auf diesem Zahlenstrahl ?

Wo der gemischte Bruch $1\frac{1}{5}$?

Frage 31: (Brüche kürzen/erweitern, → MP3/A1-2)

Nach welcher Regel kürzt man einen Bruch ?

Nach welcher Regel erweitert man einen Bruch ?

Erläutere an folgenden Beispielen:

a) Kürze $\frac{12}{18}$ so weit wie möglich.

b) Erweitere $\frac{2}{7}$ mit 4.

Frage 32: (Brüche und Dezimalzahlen)

Schreibe folgende Brüche als Dezimalzahl:

a) $\frac{3}{10}$ b) $\frac{7}{100}$ c) $\frac{65}{100}$ d) $\frac{23}{1000}$

Nach welcher Regel muss man dabei vorgehen ?

Frage 33: (Brüche und Dezimalzahlen, → 2019/G-5)

Wie kann man Brüche mit den Nennern 2; 4; 5; 10; 20; 25; 50 von Hand in eine Dezimalzahl umwandeln? Tue dies mit folgenden Brüchen und beschreibe die allgemeine Vorgehensweise.

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{7}{20}$ d) $\frac{19}{25}$

Frage 34: (Brüche und Dezimalzahlen)

Wie kann man mit dem *Taschenrechner* leicht einen Bruch in eine Dezimalzahl umwandeln ?

Tue dies mit den Brüchen $\frac{13}{20}$ und $\frac{7}{25}$.

Frage 35: (Brüche im Taschenrechner, → 2019/W2b)

Wie gibt man einen Bruch in den Taschenrechner ein? Berechne mit deinem Taschenrechner den Term

$\frac{5}{18} \cdot 5 - \frac{7}{12}$ = __________

Frage 36: (Brüche und Dezimalzahlen, → MP3/A1-2)

Wie wandelt man eine Dezimalzahl in einen Bruch um? Tue dies mit a) 0,4 ; b) 0,25 uhd c) 0,08.
Kürze den Bruch so weit wie möglich.

$\frac{a}{b}$

(Lösungen auf Seite 24, 25)

Frage 37: (gemeinsamer Nenner, → MP3/A1-2)

Wie bringt man zwei Brüche auf einen gemeinsamen Nenner ? Tue dies mit den Brüchen $\frac{5}{6}$ und $\frac{10}{13}$.

Frage 38: (Größe von Brüchen, → 2020/A1-2)

Wie geht man vor, wenn man Zahlen angeben soll, die zwischen zwei Brüchen liegen ?

Erläutere dies, indem du zwei Zahlen angibst, die zwischen den Brüchen $\frac{2}{5}$ und $\frac{4}{7}$ liegen.

Frage 39: (Summe von Brüchen, → 2017/G-2)

Erläutere anhand der Beispiele a) und b), wie man vorgeht, um die Summe bzw. Differenz zweier Brüche mit unterschiedlichen Nennern zu berechnen.

a) $\frac{1}{3} + \frac{4}{5}$ b) $\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$

Frage 40: (Multiplikation und Division, → 2017/G-2)

a) Nach welcher Regel berechnet man das Produkt zweier Brüche ? Tue dies mit $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5}$ und kürze das Ergebnis so weit wie möglich.

b) Wie multipliziert man einen Bruch mit einer ganzen Zahl ? Berechne das Produkt $\frac{5}{12} \cdot 7$.

c) Nach welcher Regel berechnet man den Quotienten zweier Brüche ? Tue dies mit $\frac{3}{4} : \frac{5}{8}$ und kürze das Ergebnis so weit wie möglich.

Frage 41: (gemischte Brüche)

Wie wandelt man einen gemischten Bruch in einen „unechten“ Bruch um. Tue dies mit $2\frac{3}{4}$.

(Hinweis: In einem unechten Bruch ist der Zähler größer als der Nenner.)

Frage 42: (gemischte Brüche, → 2017/G-3)

Was muss man beachten, wenn in einem Rechenausdruck ein gemischter Bruch vorkommt ?

Erläutere dies anhand des Beispiels $4\frac{2}{5} \cdot 5$ und berechne das Ergebnis.

Terme und Gleichungen:

(Lösungen auf Seite 25)

Frage 43: (Terme mit Variablen)

Welche Werte haben die Term „3x“ und „4 + x“, wenn man jeweils für die Variable x die Zahl 7 einsetzt ?

Frage 44: (Terme mit Variablen, → 2017/G-6)

Wie fasst man Summen bzw. Differenzen zusammen, in denen Zahlen und Ausdrücke mit Variablen vorkommen ? Tue dies mit den Beispielen a) und b). Auf welche Besonderheit muss man in b) achten ?

a) $12x + 5 - 4x - 7$ b) $8 + x - 25 + 4x$

Frage 45: (Terme mit Variablen, → 2018/G-8)

Wie multipliziert man einen Term wie „4x“ mit einer Zahl ? Fasse zusammen: a) $3 \cdot 4x$ b) $7x \cdot 5$

Frage 46: (Terme mit Variablen, → 2018/G-8)

a) Wie multipliziert man einen Klammerausdruck wie „(3x – 2)“ mit einer Zahl ? Tue dies in den Ausdrücken „$7 \cdot (3x - 2)$“ und „$(4x + 0{,}5) \cdot 8$“.

b) Worauf muss bei dem Ausdruck „$5\,(2x - 7)$“ achten ?

Frage 47: (Terme, → 2020/A1-1)

Welche Rechenoperationen (plus; minus; mal; geteilt) gehören zu folgenden Ausdrücken ? Ergänze die Lücken:

Das Doppelte: ____ ; multiplizieren: ____ ;

teilen: ____ ; addieren: ____ ;

Differenz: ____ ; Summe: ____ ;

Quotient: ____ ; das Dreifache: ____ ;

subtrahieren: ____ ; dividieren: ____

Frage 48: (Gleichungen, → 2021/A1-5)

Mit welchem Umformungsschritt löst man folgende Gleichungen ? Bestimme jeweils den Wert der Variablen.

a) $x + 3 = 7$ b) $x - 5 = 2$

c) $12 + x = 4$ d) $-9 + x = -7$

Frage 49: (Gleichungen, → 2019/G-7)

Mit welchem Umformungsschritt löst man folgende Gleichungen ? Bestimme jeweils den Wert der Variablen. Worauf muss man in den Beispielen c) und d) besonders achten ?

a) $2x = 6$ b) $8x = 4$

c) $-3x = 6$ d) $\frac{x}{5} = 7$

(Lösungen auf Seite 25, 26)

Frage 50: (Gleichungen, → MP1/A1-5)

a) Wie geht man vor, um Gleichungen der Art $5x + 6 = 3x - 8$ zu lösen ? Tue dies.

b) Was ist der erste Schritt, wenn man Gleichungen der Art $10 \cdot (2x + 5) - 4x - 26 = 2(x - 9)$ lösen will ? Tue dies.

Frage 51: (Gleichungen, → MP4/A1-5)

Mit welchem Umformungsschritt kann man in folgender Gleichung den Wert von p bestimmen ?

Tue dies. $\frac{p}{100} = 0{,}35$

(Hinweis: Solche und ähnliche Gleichungen kommen bei der Prozentrechnung oft vor.)

Frage 52: (Prozentsätze, → 2017/G-1)

a) Für welche Rechenoperation steht das Prozentzeichen % ?

b) Wie kann man einen Prozentsatz als Bruch schreiben? Tue dies mit p % = 25 % und p % = 4,5 %.

Frage 53: (Begriffe der Prozentrechnung)

a) Erläutere anhand eines Kreises die Begriffe **Grundwert G**, **Prozentwert W** und **Prozentsatz p %**.

b) Wie nennt man die Zahl p ?

Frage 54: (Prozentwert berechnen, 2017/G-1)

Beschreibe den Ausdruck „p % von G“ mit Hilfe einer mathematischen Formel. Tipp: Du musst „p %“ zuerst als Bruch schreiben. Berechne damit 15 % von 40 Schülern.

Frage 55: (Prozentsatz berechnen, → 2018/W2a)

Wie kann man mit dem Taschenrechner aus dem Bruch $\frac{W}{G}$ leicht die entsprechende Prozentzahl p berechnen ? Tue dies mit W = 6 kg und G = 40 kg.

(Lösungen auf Seite 26, 27)

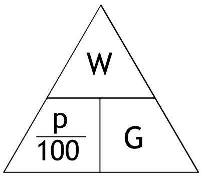
Frage 56: (p, G oder W berechnen, → 2020/W1a)

Wie kann man mit Hilfe des folgenden Dreiecks eine der drei Größen p, W und G bestimmen, wenn zwei dieser Größen bekannt sind ?
Tue dies für die Beispiele a), b) und c):

a) p % = 25 %; G = 120 €

b) W = 45 kg; G = 360 kg

c) p % = 7,5 % ; W = 42 Äpfel



Frage 57: (Grundwert berechnen, → MP2/A1-7)

Wie kann man mit einer Dreisatzrechnung den Grundwert G bestimmen, wenn p % und W bekannt sind ? Tue dies mit p % = 60 % und W = 243 kg.

Frage 58: (verringerter Grundwert, → MP4/W3b)

Der Preis eines Fahrrads wurde von 1500 € auf 1200 € verringert. Um wie viel Prozent wurde der Preis verringert ? Überlege dir zuerst, was dabei der Grundwert G und der Prozentwert W ist.

Frage 59: (geschachtelte Aufgaben → MP2/W2b)

Erläutere an folgendem Beispiel, woran man geschachtelte Aufgaben zur Prozentrechnung erkennt und wie man zur Lösung dieser Aufgaben vorgeht.

Von den 80 Jugendlichen eines Abschlussjahrgangs sind 55 % Jungen. Davon gehen 25 % in einen Turnverein. Wie viele Jungen sind das ?

Frage 60: (Zinsrechnung, → 2016/G-8)

a) Wie kann man aus einem Zinssatz und einem angelegten Kapital die Zinsen für 1 Jahr berechnen ? Tue dies mit dem Zinssatz 2,5 % und einem Kapital von 1200 €.

b) Wie kann man aus dem Kapital K_0 am Jahresanfang und dem Kapital K_E am Jahresende die Zinsen berechnen ? Tue dies mit K_0 = 1500 € und K_E = 1525 €.

(Lösungen auf Seite 27)

Frage 61: (Zinsrechnung, → 2021/W4a)

a) Mit welcher Formel kann man einen Zinssatz p % in einen Zinsfaktor q umrechnen ? Tue dies für p % = 3 %.

b) Wie kann man aus dem Kapital K_0 am Jahresanfang und einem Zinsfaktor q das Kapital K_E am Jahresende berechnen ? Tue dies mit K_0 = 2500 € und q = 1,015.

Frage 62: (Zinsrechnung, → 2021/W4a)

a) Was versteht man unter „Zinseszins“ ?

b) Welchen Vorteil hat das Rechnen mit Zinsfaktoren bei einer Verzinsung über mehrere Jahre ?

Frage 63: (Zinsrechnung)

Mit welchen Regeln kann man die Lücken in folgender Tabelle ergänzen ? Tue dies. Dabei sollen die Zinsen eines Jahres immer zum Kapital hinzugefügt werden.

Jahre	Kapital am Jahresanfang	Zinsfaktor q	Kapital am Jahresende	Zinsen
1.	1800 €	1,02		
2.		1,025		
3.		1,03		

Frage 64: (Zinsrechnung, → 2018/W3b)

a) Was versteht man unter einem Darlehen bzw. einem Kredit ?

b) Wie berechnet man aus den Zinsen für 1 Jahr die Zinsen für einen Monat ?

Frage 65: (Diagramme, → 2016/W1a)

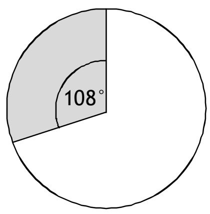
Welche Längeneinheit sollte man wählen, wenn man Prozentsätze in einem Säulen-, Balken- oder Streifendiagramm darstellen will ?

Frage 66: (Diagramme, → MP4/A1-4)

Wie kann man einen Prozentsatz p % in einem Kreisdiagramm darstellen ? Tipp: Du benötigst den Mittelpunktswinkel eines Kreisausschnitts. Welchem Winkel entspricht der Prozentsatz 100 % ?

Frage 67: (Diagramme, → MP2/A2-3)

Wie kann man aus dem Mittelpunktswinkel eines Kreisausschnitts den zugehörigen Prozentsatz angeben ? Tue dies für den folgenden Kreisausschnitt:



(Lösungen auf Seite 27, 28)

Frage 68: (Längeneinheiten, → 2019/W1c)

a) Wie lautet die Reihe der **Längeneinheiten** ? Beginne mit der größten Längeneinheit.

b) Wie rechnet man zwei benachbarte Längeneinheiten ineinander um ? Beschrifte die Reihe der Längeneinheiten mit den entsprechenden Rechenoperationen.

Frage 69: (Flächeneinheiten, → 2017/G-7)

a) Wie lautet die Reihe der **Flächeneinheiten** ? Beginne mit der größten Flächeneinheit.

b) Wie rechnet man zwei benachbarte Flächeneinheiten ineinander um ? Beschrifte die Reihe der Flächeneinheiten mit den entsprechenden Rechenoperationen.

Frage 70: (Volumeneinheiten, → MP1/W2b)

a) Wie lautet die Reihe der **Volumeneinheiten** ? Beginne mit der größten Volumeneinheit.

b) Wie rechnet man zwei benachbarte Volumeneinheiten ineinander um ? Beschrifte die Reihe der Volumeneinheiten mit den entsprechenden Rechenoperationen.

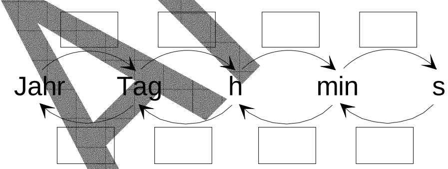
Frage 71: (Gewichtseinheiten, →MP1/W3a)

a) Wie lautet die Reihe der **Gewichtseinheiten** ? Beginne mit der größten Gewichtseinheit.

b) Wie rechnet man zwei benachbarte Gewichtseinheiten ineinander um ? Beschrifte die Reihe der Gewichtseinheiten mit den entsprechenden Rechenoperationen.

Frage 72: (Zeiteinheiten, → MP2/W1a)

Beschrifte die Reihe der **Zeiteinheiten** mit den richtigen Rechenoperationen zur Umrechnung zweier benachbarter Einheiten:



Frage 73: (Zeiteinheiten)

Wie kann eine Zeitdauer, die als Dezimalzahl angegeben ist, mit gemischten Zeiteinheiten angeben ? Ergänze dazu die Lücken. Du darfst den Taschenrechner benutzen:

a) 4,75 h = ____ h ____ min

b) 7,4 min = ____ min ____ s

c) 12,25 Tage = _____ Tage _____ h

Frage 74: (Zeiteinheiten, → 2017/W3a)

a) Wie kann man eine Zeitspanne zwischen zwei Uhrzeiten elegant berechnen, wenn die Minutenzahl der Endzeit *größer* ist als die Minutenzahl der Startzeit ? Berechne auf diese Weise die Zeitspanne zwischen 7:20 Uhr und 16:45 Uhr.

b) Wie geht man vor, wenn die Minutenzahl der Endzeit *kleiner* ist als die Minutenzahl der Startzeit ? Berechne auf diese Weise die Zeitspanne zwischen 7:50 Uhr und 12:25 Uhr.

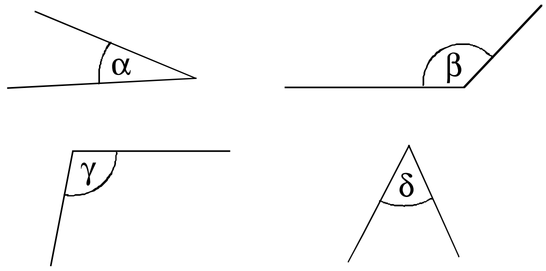
Größen und Winkel:

(Lösungen auf Seite 28, 29)

Frage 75: (Winkel)

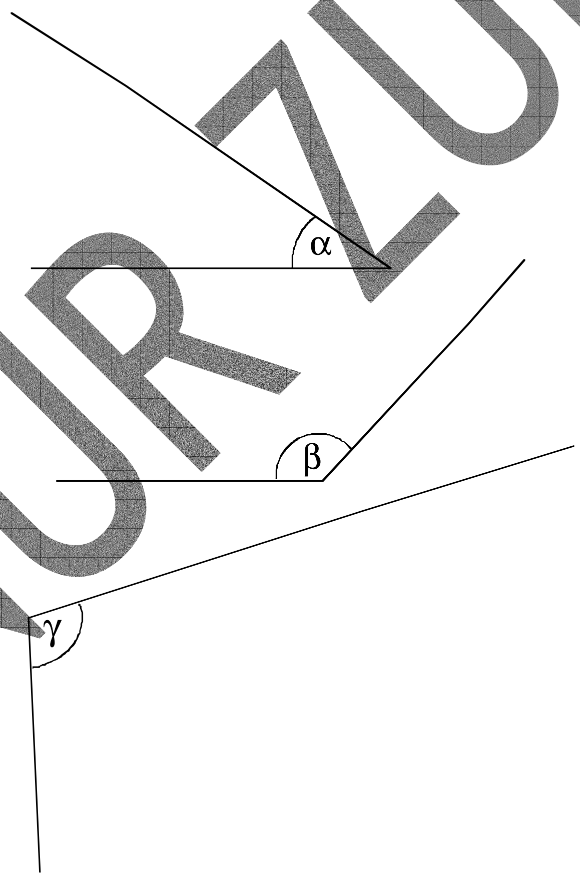
a) Was ist der Unterschied zwischen spitzen und stumpfen Winkeln ? Wie groß ist ein rechter Winkel ?

b) Welche der folgenden Winkel sind spitze und welche stumpfe Winkel ?



Frage 76: (Winkel, → 2021/W1a)

Wie sollte man das Geodreieck anlegen, um jeweils die folgenden Winkel zu messen ? An welcher Skala des Geodreiecks musst du die Größe des Winkels ablesen ? Tue dies und gib die Größe der Winkel an.



Frage 77: (Winkel, → 2020/W2a)

Zeichne an die Strecke AB eine Linie mit dem angegebenen Winkel.
Wie muss man dabei das Geodreieck anlegen ?

$\alpha = 65^\circ$

A B

$\alpha = 120^\circ$

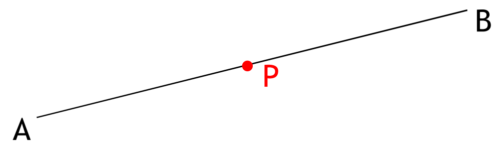
A B

$\beta = 79^\circ$

A B

Frage 78: (Winkel, → MP1/A1-7)

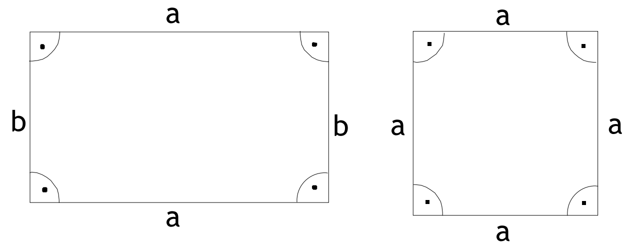
Zeichne durch den Punkt P eine Linie, die rechtwinklig zur Strecke AB steht.
Wie muss man dabei das Geodreieck anlegen ?



(Lösungen auf Seite 29)

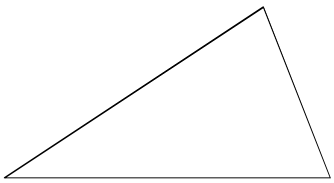
Frage 79: (Flächeninhalt, → 2019/W2c)

Mit welchen Formeln bestimmt man den Flächeninhalt eines **Rechtecks** bzw. eines **Quadrats** ?



Frage 80: (Flächeninhalt, → MP1-A1-7)

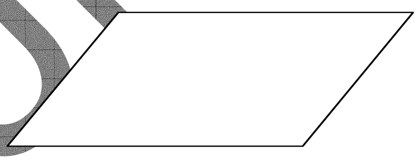
a) Beschrifte die Eckpunkte und die Seiten des **Dreiecks** und trage eine Höhe in das Dreieck ein.



b) Mit welcher Formel kann man den Flächeninhalt eines Dreiecks berechnen ?

Frage 81: (Flächen, → MP1/A2-4)

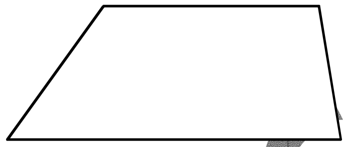
a) Beschrifte die Eckpunkte und die Seiten des **Parallelogramms** und trage eine Höhe des Parallelogramms ein.



b) Mit welcher Formel kann man den Flächeninhalt eines Parallelogramms berechnen ?

Frage 82: (Flächeninhalte, → MP4/A2-4)

a) Beschrifte die Eckpunkte und die Seiten des **Trapezes** und trage die Höhe des Trapezes ein.

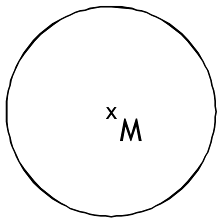


b) Mit welcher Formel kann man den Flächeninhalt eines Trapezes berechnen ?

Frage 83: (Flächeninhalte, → MP3/A2-3)

a) Zeichne in den Kreis einen Radius und einen Durchmesser ein.

b) Wie hängen der Durchmesser und der Radius eines Kreises miteinander zusammen ?

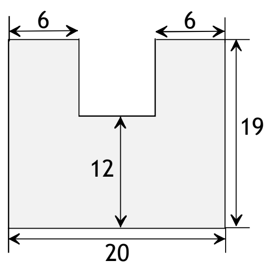


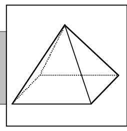
Frage 84: (Flächeninhalt, → 2019/G-9)

Gib den Wert der Zahl π mit zwei Nachkommastellen genau an. Berechne damit von Hand (ohne Taschenrechner) den Flächeninhalt eines Kreises mit dem Durchmesser d = 6 cm.

Frage 85: (Umfang, → 2018/G-5)

Wie bestimmt man den Umfang einer Figur, von der alle Seitenlängen bekannt sind ? Tue dies für die abgebildete Figur. (Längenangaben in cm)





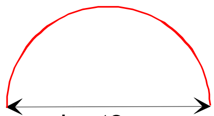
(Lösungen auf Seite 29, 30)

Frage 86: (Umfang, → 2020/A2-3)

Mit welcher Formel berechnet man den Umfang eines Kreises ?
Tue dies für einen Kreis mit dem Radius r = 8 cm.
Du darfst den Taschenrechner benutzen.

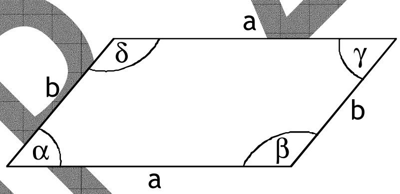
Frage 87: (Umfang, → MP1/W3b)

Bestimme die Länge des halben Kreisbogens:



Frage 88: (Innenwinkel)

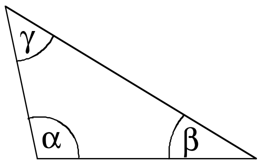
Wie kann man aus dem Winkel α alle anderen Innenwinkel eines Parallelogramms berechnen ? Tue dies für α = 40°.

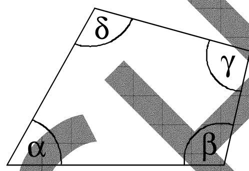


Frage 89: (Innenwinkel, → 2021/W4b)

Wie groß ist die Summe aller Innenwinkel in . . .

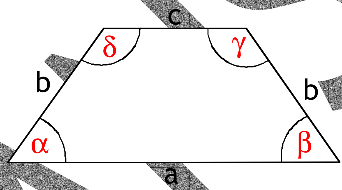
a) jedem Dreieck ? b) jedem Viereck ?





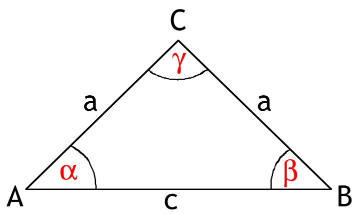
Frage 90: (Innenwinkel, → 2018/G-7)

Wie kann man aus dem Winkel α alle anderen Innenwinkel eines *gleichschenkligen* Trapezes berechnen ? Tue dies für α = 60°.



Frage 91: (Dreiecke)

a) Wie kann man aus dem Winkel α alle anderen Innenwinkel eines *gleichschenkligen* Dreiecks berechnen ? Tue dies für α = 50°.



b) Wie groß sind die Innenwinkel in einem *gleichseitigen* Dreieck ?

(Lösungen auf Seite 30, 31)

Frage 92: (Dreiecke, → 2021/W4b)

Wie konstruiert man ein Dreieck, von dem die Länge einer Seite und die beiden angrenzenden Winkel bekannt sind ? Tue dies für das Dreieck ABC mit $c = 6$ cm; $\alpha = 35°$ und $\beta = 60°$.

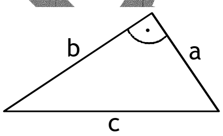
Frage 93: (Dreiecke, → 2020/W2a)

Wie konstruiert man ein Dreieck, von dem die Längen zweier Seiten und der Winkel bekannt sind, der von den zwei Seiten eingeschlossen wird ? Tue dies für das Dreieck ABC mit $a = 4$ cm; $c = 7$ cm und $\beta = 45°$.

Frage 94: (rechtwinklige Dreiecke, → 2021/A2-3)

a) Woran erkennt man in einem rechtwinkligen Dreieck die Katheten und die Hypotenuse ?

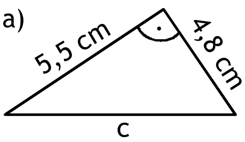
b) Wie lautet der Satz des Pythagoras in folgendem Dreieck ?



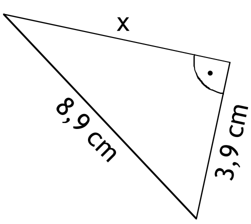
Frage 95: (rechtwinklige Dreiecke, → 2020/A2-4)

Wie geht man vor, um in einem rechtwinkligen Dreieck aus zwei bekannten Seitenlängen die Länge der dritten Seite zu berechnen ? Tue dies in a) und b):

a)



b)



Frage 96: (rechtwinklige Dreiecke, → 2021/A2-3)

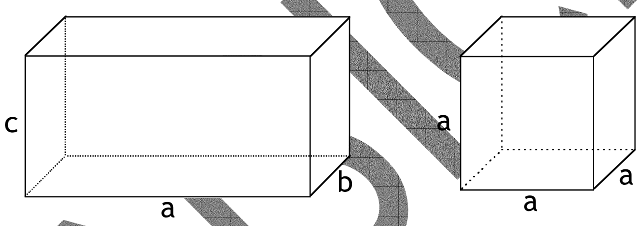
Wie prüft man anhand der drei Seitenlängen eines Dreiecks rechnerisch, ob dieses Dreieck rechtwinklig ist ? Tue dies für folgende zwei Dreiecke:

A) $a = 20$ mm ; $b = 99$ mm; $c = 101$ mm

B) $a = 12$ cm; $b = 35$ cm; $c = 38$ cm

Frage 97: (Körper, → 2020/W1b)

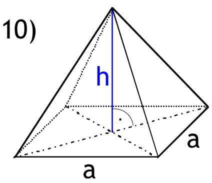
a) Mit welchen Formeln berechnet man das Volumen eines Quaders bzw. eines Würfels ?



b) Stelle eine Formel auf zur Berechnung der Oberfläche eines Quaders. Wie lautet die Oberflächenformel eines Würfels ?

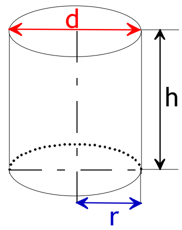
Frage 98: (Pyramide, → MP2/A1-10)

Mit welcher Formel berechnet man das Volumen einer quadratischen Pyramide ?



Frage 99: (Zylinder, → MP4/A2-3)

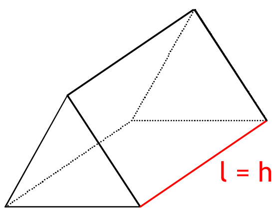
Mit welcher Formel berechnet man das Volumen eines Zylinders ?



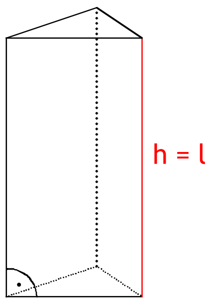
Frage 100: (Prisma, → 2016/W1c)

a) Woran erkennt man ein Prisma ?

b) Erkläre anhand der Abbildung eines Dreiecksprismas, mit welcher Formel man das Volumen eines Prismas berechnet.



liegend



stehend

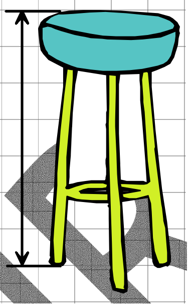
(Lösungen auf Seite 31)

Frage 101: (Maßstab, → 2020/A2-1)

Was bedeutet es, wenn eine Zeichnung mit dem Maßstab 1 : 3000 versehen ist ?

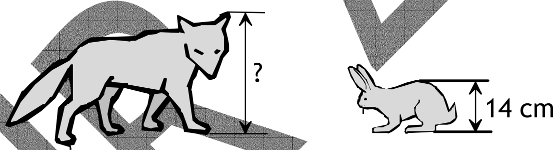
Frage 102: (Maßstab, → MP1/A2-1)

Wie geht man vor, um mit Hilfe des Maßstabs einer Zeichnung die Größe eines abgebildeten Gegenstand in Wirklichkeit zu berechnen ? Tue dies für den abgebildeten Hocker mit dem Maßstab 1 : 40.



Frage 103: (Maßstab, → 2018/W1a)

In einer Zeichnung sind zwei Gegenstände abgebildet, wobei die wirkliche Größe eines dieser Gegenstände bekannt ist. Wie kann man daraus die Größe des anderen Gegenstands daraus berechnen ?
Tue dies in folgender Zeichnung mit dem Fuchs:



Frage 104: (Dreisatzrechnung, → 2017/W4c)

Jede proportionale Zuordnung zweier Größen x und y hat folgende zwei Eigenschaften. Ergänze die Lücken:

- Dem 2-, 3-, … n-Fachen der Größe x entspricht _______________ der Größe y.
- Die Quotienten x : y bzw. y : x sind immer __________ .

Frage 105: (Dreisatzrechnung, → MP3/A2-4)

8 kg Äpfel kosten 16,80 €. Wie kann man daraus auf den Preis für jedes beliebige Gewicht schließen ?

Frage 106:

(proportionale Zuordnungen, → 2021/A1-10)

Ein Flugzeug fliegt mit konstanter Geschwindigkeit. Wie kann man in folgender Tabelle die fehlenden Werte x und y elegant berechnen ?

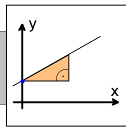
geflogene Strecke in km	540	x	2250
Flugzeit in Stunden	y	2	2,5

Frage 107:

(umgekehrt proportionale Zuordnungen, → 2018/G-4)

Jede umgekehrt proportionale Zuordnung zweier Größen x und y hat folgende zwei Eigenschaften. Ergänze die Lücken:

- Dem 2-, 3-, … n-Fachen der Größe x entspricht ____________________________________ der Größe y.
- Das Produkt $x \cdot y$ ist immer ____________________ .



(Lösungen auf Seite 32)

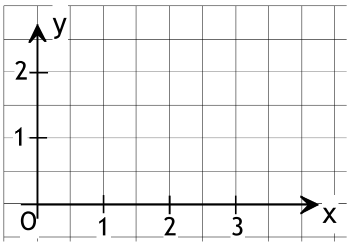
Frage 108: (Zuordnungen, → MP4/A1-10)

Martina trainiert für einen 1500 m Lauf. Dazu hat ihr Trainer folgende Trainingswerte in einer Tabelle zusammengestellt. Wie kann man darin recht leicht die fehlenden Werte berechnen ?

Zeit in Sekunden	468,75	375	x
Geschwindigkeit in m/s	y	4	4,5

Frage 109: (Punktkoordinaten, → MP1/A2-4)

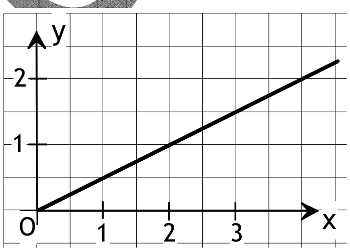
Wie trägt man einen Punkt anhand dessen Koordinaten in ein Koordinatensystem ein ?
Tue dies mit dem Punkt P(2|1,5):



Frage 110: (Punktkoordinaten, → 2020/A1-10)

a) Wie liest man in einem Schaubild einer Kurve bzw. Geraden die **y-Koordinate** eines Punkts der Kurve bzw. Geraden ab, wenn dessen x-Koordinate bekannt ist. Tue dies mit dem Punkt A(3| ___) im untenstehenden Schaubild.

b) Wie liest man in einem Schaubild einer Kurve bzw. Geraden die **x-Koordinate** eines Punkts der Kurve bzw. Geraden ab, wenn dessen y-Koordinate bekannt ist. Tue dies mit dem Punkt B(____| 2) im folgenden Schaubild.

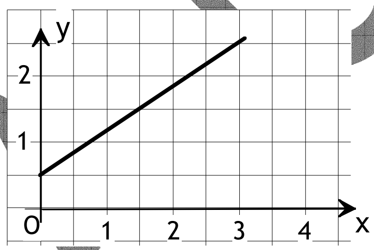


Frage 111: (Geradengleichung)

Welche Bedeutung haben in der allgemeinen Geradengleichung $y = m \cdot x + c$ die Variablen m und c ?

Frage 112: (Geradengleichung, → 2018/G-10)

Bestimme anhand des Schaubilds die Steigung und den y-Achsenabschnitt der Geraden.



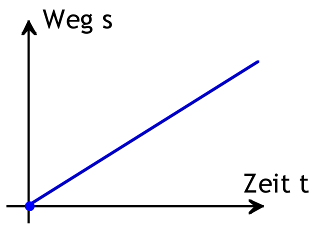
c =

m =

Frage 113:

(Geraden, → MP2/W1b)

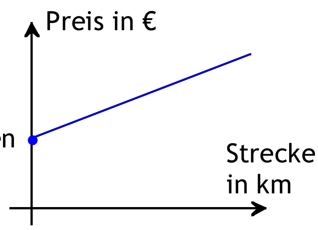
Welche praktische Bedeutung hat in einem Weg-Zeit-Diagramm die Steigung einer Geraden ?



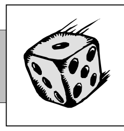
Frage 114:

(Geraden, →2020/W3a)

Das Diagramm zeigt die Kosten für eine Taxifahrt in Abhängigkeit der gefahrenen Strecke. Markiere in dem Schaubild, wo man die Grundgebühr ablesen kann.



Daten und Wahrscheinlichkeit:



(Lösungen auf Seite 32, 33)

Frage 115: (Häufigkeit, → 2020/A1-7)

Ein Eisverkäufer hat für seine Eissorten eine Strichliste der verkauften Kugeln erstellt. Erläutere anhand der Eissorte Vanille die Begriffe „absolute Häufigkeit“ und „relative Häufigkeit“.

Eissorte:	Erdbeere	Vanille	Schoko	Walnuss
Wie oft ?	卌	卌 ||	||||	卌 |

Frage 116: (Mittelwert, → 2015-P8)

Erläutere anhand der Temperaturmessungen, wie man den Mittelwert einer Datenreihe bestimmt.

Wochentag	Mo.	Di.	Mi.	Do.	Fr.	Sa.	So.
Temperatur in °C	**9**	**12**	**14**	**15**	**7**	**8**	**5**

Frage 117: (Mittelwert, → 2021/A1-8)

Wie kann man anhand einer Strichliste bzw. Häufigkeitstabelle einen Mittelwert berechnen ?
Tue dies mit den folgenden Ergebnisse einer Abschlussprüfung:

Note:	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Häufigkeit:	2	3	5	4	7	6	5	3	1

Frage 118: (Kombinationen, → 2017/W2a)

Wie viele Kombinationsmöglichkeiten gibt es, wenn man aus drei Behältern jeweils einen Gegenstand ziehen darf und alle Gegenstände unterschiedlich sind?

Wie würde man vorgehen, wenn es mehrere Behälter wären ?

Behälter A: 3 Gegenstände

Behälter B: 2 Gegenstände

Behälter C: 5 Gegenstände

Frage 119: (Kombinationen, → 2020/A2-5)

Mit welcher Formel kann man die Anzahl der Begegnungen zwischen n Sportlern berechnen, wenn jeder gegen jeden antreten soll ?

Veranschauliche dies in einer Tabelle für 4 Sportler.

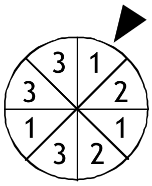
(Lösungen auf Seite 33)

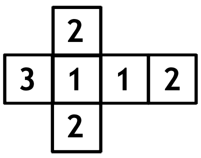
Frage 120: (Kombinationen)

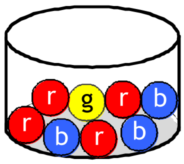
Wie viele Möglichkeiten gibt es, 5 unterschiedliche Gegenstände in einer Reihe anzuordnen bzw. auf 5 Plätze zu verteilen ?

Frage 121: (Wahrscheinlichkeit, → 2019/A1-9)

a) Wie viele **Ergebnisse** gibt es jeweils bei dem Glücksrad, dem Würfel mit dem abgebildeten Netz und der Lostrommel ?



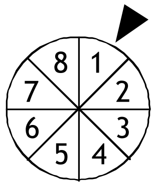




b) Wie viele Ergebnisse gehören bei der Lostrommel zu dem **Ereignis E**: *„Eine rote Kugel wird gezogen.“* ?

Frage 122: (Wahrscheinlichkeit, → 2021/A2-5)

a) Das Ereignis E ist: *„Es erscheint eine gerade Zahl.“* Wie viele Ergebnisse sind bei dem abgebildeten Glücksrad für dieses Ereignis *günstig* ?

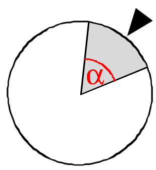


b) Gib die Wahrscheinlichkeit an, dass das Ereignis E bei einmaligem Drehen eintritt.

c) Mit welcher allgemeinen Formel wird die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses E berechnet, wenn alle Ergebnisse eines Zufallsexperiments gleich wahrscheinlich sind ?

Frage 123: (Wahrscheinlichkeit, → MP3/A1-10)

a) Mit welcher Formel kann man die Wahrscheinlichkeit berechnen, dass bei einmaligem Drehen des Glücksrads der abgebildete Kreisausschnitt angezeigt wird ?



b) Berechne die Wahrscheinlichkeit für $\alpha = 45^\circ$. Gib die Wahrscheinlichkeit nicht nur als Bruch sondern auch als Prozentsatz an.

Rechnen mit Zahlen:

Frage 1:

Man kann zunächst die Zehnerzahl und die Einerzahl mit dem einstelligen Faktor im Kopf multiplizieren. Anschließend addiert man beide Produkte.

a) 59 = 50 + 9. Mit 50 · 6 = 300 und 9 · 6 = 54 folgt:
59 · 6 = 300 + 54 = **354**

b) 35 = 30 + 5. Mit 30 · 7 = 210 und 5 · 7 = 35 folgt:
35 · 7 = 210 + 35 = **245**

c) 83 = 80 + 3. Mit 80 · 5 = 400 und 3 · 5 = 15 folgt:
83 · 5 = 400 + 15 = **415**

Frage 2:

Zunächst berechnet man das Produkt der beiden Ziffern ganz links. Man erhält: 4 · 6 = 24
Anschließend fügt man so viele Nullen an, wie im Produkt vorkommen. Im Produkt 400 · 6000 sind es 5 Nullen.
Also ist: 400 · 6000 = 2400 000

Frage 3:

Man schreibt alle Ziffern des Produkts sauber in die Kästchen. In der ersten Zeile steht dann das Ergebnis des Produkts 46 · 7. In der zweiten Zeile das Ergebnis des produkts 46 · 8:

```
 4 6 · 7 8
   3 2 2
 +   3 6 8
 3 5 8 8
```

Erste Zeile: **7** mal 6 = 42; schreibe **2** behalte 4.
Dann **7** mal 4 = 28; addiere 4 ergibt **32**.

Zweite Zeile: **8** mal 6 = 48; schreibe **8** behalte 4.
Dann **8** mal 4 = 32; addiere 4 ergibt **36**.

Frage 4:

Man muss alle Ziffern sauber in die Kästchen schreiben. Dann führt man die Division schrittweise von links nach rechts mit den Ziffern des Dividenden (linke Zahl) durch. Dabei muss man zuerst den Teiler (hier 7) mit so einer Zahl multiplizieren, dass man möglichst nahe an die ersten zwei Ziffern (hier 59) herankommt. Entsprechend geht man mit den weiteren zweistelligen Zahlen (hier 32 und 42) vor, bis kein Rest mehr übrig bleibt:

```
 5 9 2 2 : 7 = 8 4 6
−5 6
   3 2
 − 2 8
     4 2
   − 4 2
       0
```

7er-Reihe:
7; 14; 21; 28; 35;
42; 49; 56; 63; 70

Es ist also 5922 : 7 = **846**.

Tipp: Bei einer Division ist es hilfreich, wenn man zuerst die Reihe des Teilers (rechte Zahl) erstellt.

Frage 5:

Man muss dann ein Komma setzen, wenn alle Ziffern des Dividenden (linke Zahl) aufgebraucht sind und man eine „0" ergänzen muss:

```
 1 1 8 6 : 5 = 2 3 7,2
−1 0
   1 8
 − 1 5
     3 6
   − 3 5
       1 0
     − 1 0
         0
```

Es ist also 1186 : 5 = 237,2.

Frage 6:

Man muss zuerst die Punkt-Rechnungen (mal ; geteilt) durchführen; und erst dann die Strich-Rechnungen (plus; minus). Es ist also: 25 – **11 · 2** = 25 – **22** = 3.

Frage 7:

Zwei gleiche Vorzeichen nebeneinander ergeben Plus. Zwei unterschiedliche Vorzeichen nebeneinander ergibt Minus.

+(+a) = + a ; **+(–a) = –a ;**

–(+a) = –a ; **–(–a) = +a ;**

Frage 8:

Man muss zuerst alle Klammerinhalte berechnen. Anschließend muss man die Regel „Punkt-vor-Strich" beachten. Man erhält im Beispiel:

37 – (**5 + 7**) · 3 = 37 – **12** · 3 = 37 – 36 = **1**

Frage 9:

Man muss lediglich „Komma Null" an die Zahl anfügen. Wie viele Nullen man rechts vom Komma schreibt, ist dabei egal. Es gilt:

3 = 3,0 = 3,00 = 3,000 …

16 = 16,0 = 16,00 = 16,000 …

125 = 125,0 = 125,00 = 125,000…

Frage 10:

Man muss die Dezimalzahlen so übereinander schreiben, dass die Kommas sauber übereinander stehen. In b) muss man „16,9" noch um eine Dezimalstelle ergänzen, damit gleich viele Dezimalstellen dastehen wie in 21,75:
16,9 = 16,9**0** (siehe Frage 9).

```
a)                 b)
    5,8                2 1,7 5
  + 3,7              − 1 6,9 0
    1                  1 1
    9,5                  4,8 5
```

Es ist also:

a) 5,8 + 3,7 = **9,5** und b) 21,75 – 16,9 = **4,85**

Frage 11:

Man muss die ganze Zahl mit „Komma Null“ versehen:
25 = 25,**0** und 100 = 100,**00**.

	2	5	,	0	
+	1	8	,	5	
		1			
	4	3	,	5	

	1	0	0	,	0	0	
−		7	3	,	8	5	
	1	1	1		1		
		2	6	,	1	5	

Frage 12:

Zuerst berechnet man das Produkt ohne die Kommas. Anschließend setzt man im Ergebnis das Komma so, dass genauso viele Dezimalstellen dastehen wie in den beiden Faktoren zusammen; hier also 3 Dezimalstellen.

	2	2	5	·	8	7	
		1	8	0	0		
+			1	5	7	5	
		1	9	5	7	5	

Mit Kommasetzung: 2,**25** 8,**7** = 19,**575**

Frage 13:

Man muss dann ein Komma setzen, sobald man bei der Division das Komma des Dividenden (linke Zahl) überspringt:

	9	5,	2	:	1	4	=	6,	8	
−	8	4	↓							
	1	1	2							
−	1	1	2							
			0							

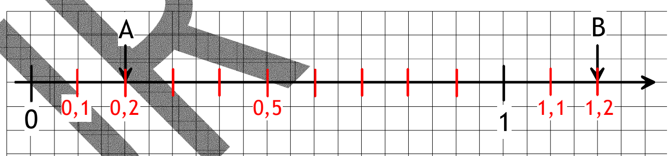
14er-Reihe:
14; 28; 42; 56; 70;
84; 98; 112; 126; 140

Es ist also 95,2 : 14 = **6,8**

Tipp: Bei einer Division ist es hilfreich, wenn man zuerst die Reihe des Teilers (rechte Zahl) erstellt.

Frage 14:

Man muss zunächst die Längeneinheit 1 in 10 gleich lange Abschnitte unterteilen. Der Abstand zweier benachbarten Striche ist dann 0,1.



Man erhält: **A = 0,2** und **B = 1,2**

Frage 15:

Das Vorzeichen vor dem größeren Zahlzeichen ist das Vorzeichen des Ergebnisses. Bei unterschiedlichen Vorzeichen muss man die kleinere Zahl von der größeren Zahl abziehen; bei gleichen Vorzeichen muss man beide Zahlen addieren (siehe d).

a) +8 – 12 = – (12 – 8) = **–4**

b) –17 + 28 = + (28 – 17) = **+11**

c) –25 + 12 = – (25 – 12) = **–13**

d) – 13 – 19 = – (13 + 19) = **–32**

Frage 16:

Bei unterschiedlichen Vorzeichen ist das Ergebnis negativ. Bei gleichen Vorzeichen ist das Ergebnis positiv. Wenn vor einer Zahl kein Vorzeichen steht, ist immer plus gemeint (siehe d) und e).

a) +4 · (–7) = –28   b) –6 · (–12) = +72

c) –8 · (+6) = –48   d) –42 : 7 = –6

e) 63 : (–9) = –7

Frage 17:

Wenn die Zahl rechts von der Stelle, auf die gerundet werden soll, größer als 4 ist, wird *aufgerundet*.
Wenn die Zahl rechts von der Stelle, auf die gerundet werden soll, kleiner als 5 ist, wird *abgerundet*.
Alle Zahlen rechts von der Stelle, auf die gerundet wird, werden danach zu 0.

a) 20289 ≈ **20000** (abgerundet)

b) 0,491 ≈ 0,500 = **0,5** (aufgerundet)

c) 3174,9 ≈ 3000,0 = **3000** (abgerundet)

d) 185 ≈ **190** (aufgerundet)

Frage 18:

Wenn links von der „9“ keine Ziffer mehr steht, wird beim Aufrunden aus der „9“ eine „10“ (siehe a).
Wenn links von der „9“ noch eine Ziffer steht, muss diese Ziffer beim Aufrunden um 1 vergrößert werden, und aus der „9“ wird eine „0“ (siehe b).
Die Ziffern rechts von der „9“ werden in jedem Fall zu Nullen.

a) 985 ≈ **1000**   b) 2967 ≈ **3000**

Frage 19:

Die Anzahl der Nullen ist die Hochzahl der Zehnerpotenz. Wenn man ein Komma setzt, ist die Anzahl der Stellen rechts vom Komma die Hochzahl der Zehnerpotenz (siehe b) und c).

a) 50000 = 5 · $\mathbf{10^4}$

b) 7500000 = 75 · $\mathbf{10^5}$ = 7,5 · $\mathbf{10^6}$;
Wenn man in 7500000 das Komma zwischen „7“ und „5“ setzt, erhält man 6 Stellen rechts vom Komma. Also muss die Hochzahl der Zehnerpotenz in 7,5 · 10^6 eine „6“ sein.

c) 125 000 = 125 · $\mathbf{10^3}$ = 1,25 · $\mathbf{10^5}$;
Wenn man in 125000 das Komma zwischen „1“ und „2“ setzt, erhält man 5 Stellen rechts vom Komma. Also muss die Hochzahl der Zehnerpotenz in 1,25 · 10^5 eine „5“ sein.

Frage 20:

An eine **ganze Zahl** muss man lediglich so viele Nullen anfügen, wie die Hochzahl der Zehnerpotenz vorgibt.

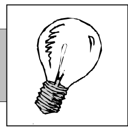
Bei einer **Dezimalzahl** fügt man zuerst so viele Nullen als Dezimalstellen an, dass genau so viele Dezimalstellen vorkommen, wie die Hochzahl der Zehnerpotenz vorgibt. Anschließend lässt man das Komma weg (siehe b) und c).

a) 32 · 10^4 = 320000

b) 3,5 · 10^6 = 3,**500 000** · 10^6 = **3 500 000**

c) 0,25 · 10^5 = 0,**25 000** · 10^5 = **25 000**

Lösungen:



Frage 21:

1 Mio. = 1 Millionen = 10^6 ; 1 Mrd. = 1 Milliarde = 10^9 ;
1 Bio. = 1 Billionen = 10^{12} ; 1 Brd. = 1 Billiarde = 10^{15}

Frage 22:

a) 75 Mio. = $75 \cdot 10^6$ b) 4,5 Mrd. = $4{,}5 \cdot 10^9$
c) 2 Bio. = $2 \cdot 10^{12}$

Frage 23:

Wenn man die Zahl „10“ aus einer Zehnerpotenz „herauszieht“, verringert sich die Hochzahl um 1 (siehe a).
Wenn man die Zahl „100“ aus einer Zehnerpotenz „herauszieht“, verringert sich die Hochzahl um 2, weil „100“ zwei Nullen hat (siehe b und c).

a) $10^7 = \boxed{10} \cdot 10^6$ b) $10^9 = \boxed{100} \cdot 10^7$

c) $3{,}5 \cdot 10^8 = 3{,}5 \cdot \boxed{100} \cdot 10^6 = \boxed{350} \cdot 10^6$
Hinweis zu c): Es ist $3{,}5 \cdot 100 = 350$.

Frage 24:

Man sollte eine der beiden Zehnerpotenzen so umwandeln, dass beide Zehnerpotenzen die gleiche Hochzahl haben (siehe Frage 23). Anschließend addiert/subtrahiert man die Faktoren vor den Zehnerpotenzen.

a) $3 \cdot 10^7 + 0{,}25 \cdot 10^8 = \mathbf{3} \cdot 10^7 + \mathbf{2{,}5} \cdot 10^7$
$= (\mathbf{3} + \mathbf{2{,}5}) \cdot 10^7 = \mathbf{5{,}5 \cdot 10^7}$

b) $7{,}6 \cdot 10^9 - 250 \cdot 10^7 = \mathbf{760} \cdot 10^7 - \mathbf{250} \cdot 10^7$
$= (\mathbf{760} - \mathbf{250}) \cdot 10^7 = \mathbf{510 \cdot 10^7}$

Frage 25:

Man sollte die Zehnerpotenzen so umwandeln, dass alle Zehnerpotenzen die gleiche Hochzahl haben; am besten die Zehnerpotenzen mit größeren Hochzahlen in Zehnerpotenzen mit kleinerer Hochzahl (siehe Frage 23). Anschließend muss man nur noch die Faktoren vor den Zehnerpotenzen vergleichen. Man erhält im Beispiel:

$0{,}4 \cdot 10^8 = 0{,}4 \cdot 100 \cdot 10^6 = \mathbf{40 \cdot 10^6}$
unverändert: $39 \cdot 10^6 = \mathbf{39 \cdot 10^6}$
$5{,}2 \cdot 10^7 = 5{,}2 \cdot 10 \cdot 10^6 = \mathbf{52 \cdot 10^6}$

Ein Vergleich der Faktoren vor den Zehnerpotenzen ergibt:
$52 \cdot 10^6 > 40 \cdot 10^6 > 39 \cdot 10^6$ bzw.
$5{,}2 \cdot 10^7 > 0{,}4 \cdot 10^8 > 39 \cdot 10^6$

Frage 26:

a) Es ist 5 Mrd. = $5 \cdot 10^9$. Die Tastenfolge für die Zehnerpotenz 10^9 auf dem Taschenrechner ist:

$\boxed{10} \longrightarrow \boxed{x^y} \longrightarrow \boxed{9}$

Man erhält: $5 \cdot 10^9 \cdot 12 = 6 \cdot 10^{10}$

b) Wenn man durch ein Produkt teilen will, muss man beim Eintippen um das Produkt Klammern setzen ! Es ist:
2,5 Mrd. : 0,5 Mio. = $2{,}5 \cdot 10^9 : (0{,}5 \cdot 10^6) = 5 \cdot 10^3 = \mathbf{5000}$

Frage 27:

Es gilt: $\sqrt{a^2} = a$. Damit ist:

$\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = \mathbf{4}$; $\sqrt{49} = \sqrt{7^2} = \mathbf{7}$

$\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = \mathbf{9}$.

Frage 28:

Die Quadratzahlen von 0 bis 100 sind:

$4 = 2^2$. Damit ist: $\sqrt{4} = \mathbf{2}$

$9 = 3^2$. Damit ist: $\sqrt{9} = \mathbf{3}$

$16 = 4^2$. Damit ist: $\sqrt{16} = \mathbf{4}$

$25 = 5^2$. Damit ist: $\sqrt{25} = \mathbf{5}$

$36 = 6^2$. Damit ist: $\sqrt{36} = \mathbf{6}$

$49 = 7^2$. Damit ist: $\sqrt{49} = \mathbf{7}$

$64 = 8^2$. Damit ist: $\sqrt{64} = \mathbf{8}$

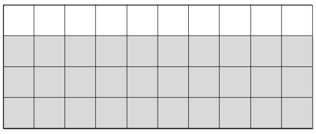
$81 = 9^2$. Damit ist: $\sqrt{81} = \mathbf{9}$

$100 = 10^2$. Damit ist: $\sqrt{100} = \mathbf{10}$

Bruchrechnung:

Frage 29:

Das Rechteck besteht aus 40 Kästchen.
¼ davon sind 40 Kästchen : 4 = 10 Kästchen.
¾ sind somit $3 \cdot 10$ Kästchen = **30 Kästchen**.

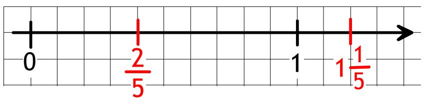


Hinweis: Welche Kästchen man markiert, ist willkürlich.

Frage 30: Man muss zunächst $\frac{2}{5}$ von 10 Kästchen berechnen. Das sind (10 K. : 5) $\cdot$ 2 = 4 Kästchen.

Das ist der Abstand des Bruchs $\frac{2}{5}$ vom Ursprung O.

Entsprechend hat der gemischte Bruch $1\frac{1}{5}$ den Abstand 2 Kästchen von 1 bzw. 12 Kästchen von O.



Frage 31:

Man kürzt einen Bruch, indem man Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl teilt.
Man erweitert einen Bruch, indem man Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl multipliziert.

a) $\frac{12}{18} = \frac{\mathbf{12 : 6}}{\mathbf{18 : 6}} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$ b) $\frac{2}{7} = \frac{2 \cdot \mathbf{4}}{7 \cdot \mathbf{4}} = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{28}}$

Lösungen:

Frage 32:

Die zugehörige Dezimalzahl muss so viele Stellen rechts vom Komma haben wie der Nenner des Bruchs Nullen hat. Der Zähler des Bruchs steht in den Dezimalstellen ganz rechts. In b) und d) werden zusätzliche Nullen benötigt.

a) $\frac{3}{10} = \mathbf{0{,}3}$ b) $\frac{7}{100} = \mathbf{0{,}07}$

c) $\frac{65}{100} = \mathbf{0{,}65}$ d) $\frac{23}{1000} = \mathbf{0{,}023}$

Frage 33:

Man kann solche Brüche so erweitern, dass im Nenner „10“ oder „100“ steht. Anschließend kann man sie leicht als Dezimalzahl schreiben (siehe Frage 32). Man erhält:

a) $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot \mathbf{5}}{2 \cdot \mathbf{5}} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{10}} = \mathbf{0{,}5}$

b) $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot \mathbf{25}}{4 \cdot \mathbf{25}} = \frac{\mathbf{75}}{\mathbf{100}} = \mathbf{0{,}75}$

c) $\frac{7}{20} = \frac{7 \cdot \mathbf{5}}{20 \cdot \mathbf{5}} = \frac{\mathbf{35}}{\mathbf{100}} = \mathbf{0{,}35}$

d) $\frac{19}{25} = \frac{19 \cdot \mathbf{4}}{25 \cdot \mathbf{4}} = \frac{\mathbf{76}}{\mathbf{100}} = \mathbf{0{,}76}$

Frage 34:

Man muss den Zähler durch den Nenner teilen. Man erhält:

$\frac{13}{20} = 13 : 20 = \mathbf{0{,}65}$ und $\frac{7}{25} = 7 : 25 = \mathbf{0{,}28}$

Frage 35:

Die Bruchtaste auf den meisten Taschenrechnern ist:

$\boxed{a^b/_c}$

Diese Taste steht für den Bruchstrich.

Den Bruch $\frac{5}{18}$ gibt man so ein:

$\boxed{5} \rightarrow \boxed{a^b/_c} \rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{8}$

Damit erhält man: $\frac{5}{18} \cdot 5 - \frac{7}{12} = \mathbf{\frac{29}{36}}$

Hinweis: Mache dich damit vertraut, wo auf *deinem* Taschenrechner die Bruchtaste ist und wie *dein* Taschenrechner Brüche anzeigt.

Frage 36:

Die Ziffernfolge rechts vom Komma ist der Zähler des zugehörigen Bruchs. Die Anzahl der Dezimalstellen gibt an, wie viele Nullen die 10er-Zahl im Nenner des Bruchs hat.

a) $0{,}4 = \frac{4}{10} = \mathbf{\frac{2}{5}}$

b) $0{,}25 = \frac{25}{100} = \mathbf{\frac{1}{4}}$

c) $0{,}08 = „\frac{08}{100}“ = \frac{8}{100} = \mathbf{\frac{2}{25}}$

Frage 37:

Ein gemeinsamer Nenner zweier Brüche ist immer das Produkt beider Nenner. Bei den Brüchen $\frac{5}{6}$ und $\frac{10}{13}$ ist das $6 \cdot 13 = 78$. Anschließend muss man jeden Bruch auf diesen gemeinsamen Nenner erweitern:

$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot \mathbf{13}}{6 \cdot \mathbf{13}} = \frac{\mathbf{65}}{\mathbf{78}}$ und $\frac{10}{13} = \frac{10 \cdot \mathbf{6}}{13 \cdot \mathbf{6}} = \frac{\mathbf{60}}{\mathbf{78}}$

Frage 38:

Man muss zunächst beide Brüche auf einen gemeinsamen Nenner erweitern. Anhand der neuen Zähler, die man so erhält, kann man die gesuchten Zahlen bestimmen.

Ein gemeinsamer Nenner der Brüche $\frac{2}{5}$ und $\frac{4}{7}$ ist $5 \cdot 7 = 35$. Erweitern beider Brüche auf den Nenner 35 ergibt: $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot \mathbf{7}}{5 \cdot \mathbf{7}} = \frac{\mathbf{14}}{\mathbf{35}}$ und $\frac{4}{7} = \frac{4 \cdot \mathbf{5}}{7 \cdot \mathbf{5}} = \frac{\mathbf{20}}{\mathbf{35}}$

Zwei Brüche, die zwischen $\frac{14}{35}$ und $\frac{20}{35}$ liegen, haben den Nenner 35 und einen Zähler, der zwischen 14 und 20 liegt. Z.B.: $\frac{17}{35}$ und $\frac{18}{35}$.

Tipp: Wenn man auf einen noch größeren gemeinsamen Nennern erweitert, zum Beispiel auf 350, hat man eine größere Auswahl. Denn dann liegen die beiden Zähler weiter auseinander: $\frac{\mathbf{140}}{350}$ und $\frac{\mathbf{200}}{350}$ statt $\frac{\mathbf{14}}{35}$ und $\frac{\mathbf{20}}{35}$

Frage 39:

Man muss zunächst beide Brüche auf einen gemeinsamen Nenner bringen; das heißt „gleichnamig“ machen. Gleichnamige Brüche addiert/subtrahiert man, indem man ihre Zähler addiert/subtrahiert und den Nenner beibehält.

a) Ein gemeinsamer Nenner ist $3 \cdot 5 = 15$. Damit folgt:

$\frac{1}{3} + \frac{4}{5} = \frac{5}{15} + \frac{12}{15} = \frac{5+12}{15} = \mathbf{\frac{17}{15}}$

b) Ein gemeinsamer Nenner ist $6 \cdot 4 = 24$. Damit folgt:

$\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{20}{24} - \frac{18}{24} = \frac{20-18}{24} = \mathbf{\frac{2}{24}} = \mathbf{\frac{1}{12}}$

Frage 40:

a) Man muss Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multiplizieren: $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 5} = \frac{6}{20} = \mathbf{\frac{3}{10}}$

b) Man muss die Zahl mit dem Zähler des Bruchs multiplizieren. Der Nenner bleibt gleich: $\frac{5}{12} \cdot 7 = \frac{5 \cdot 7}{12} = \mathbf{\frac{35}{12}}$

c) Man teilt durch einen Bruch, indem man mit dem Kehrbruch dieses Bruchs multipliziert:

$\frac{3}{4} : \frac{5}{8} = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{5} = \frac{3 \cdot 8}{4 \cdot 5} = \mathbf{\frac{24}{20}} = \mathbf{\frac{6}{5}}$

Hinweis: Den Kehrbruch eines Bruchs erhält man, indem man den Bruch auf den Kopf stellt.

Frage 41:

Man multipliziert den Nenner des Bruchs mit der ganzen Zahl und addiert anschließend den Zähler des Bruchs. Das Ergebnis ist der Zähler des neuen Bruchs. Der Nenner des neuen Bruchs bleibt gleich.

$2\frac{3}{4} = \frac{4 \cdot 2 + 3}{4} = \mathbf{\frac{11}{4}}$

Hinweis: Wenn in einem Bruch der Zähler größer als der Nenner ist, spricht man von einem *unechten* Bruch.

Frage 42:

Man muss den gemischten Bruch zuerst in einen unechten Bruch umwandeln. Es gilt: $4\frac{2}{5} = \frac{5 \cdot 4 + 2}{5} = \mathbf{\frac{22}{5}}$

Damit erhält man: $4\frac{2}{5} \cdot 5 = \frac{22}{5} \cdot 5 = \mathbf{\frac{110}{5}} = \mathbf{22}$

Terme und Gleichungen:

Frage 43:

- Einsetzen von 7 für x in 3x ergibt: $3 \cdot 7 = \mathbf{21}$

Man beachte: In „3x“ fehlt das Malzeichen: $3x = 3 \cdot x$

- Einsetzen von 7 für x in 4 + x ergibt: $4 + 7 = \mathbf{11}$

Frage 44:

Man muss die Zahlen und die Summanden mit der Variablen jeweils getrennt zusammenfassen. In b) muss man beachten, dass **x = 1x** gilt. Eine „1“ vor einer Variablen lässt man in der Regel weg.

a) $12x + 5 - 4x - 7 = 12x - 4x + 5 - 7 = \mathbf{8x - 2}$

b) $8 + x - 25 + 4x = 8 - 25 + 1x + 4x = \mathbf{-17 + 5x}$

Frage 45:

Man muss die Zahl mit der Zahl vor der Variablen multiplizieren.

a) $3 \cdot 4x = (3 \cdot 4)\,x = \mathbf{12x}$

b) $7x \cdot 5 = 5 \cdot 7x = (5 \cdot 7)\,x = \mathbf{35x}$

Frage 46:

Man muss die Zahl vor bzw. hinter der Klammer mit jedem Summanden in der Klammer multiplizieren. Oft wird das Malzeichen zwischen der Zahl vor der Klammer und der Klammer weggelassen (siehe b).

a) $7 \cdot (3x - 2) = 7 \cdot 3x - 7 \cdot 2 = \mathbf{21x - 14}$

und $(4x + 0{,}5) \cdot 8 = 4x \cdot 8 + 0{,}5 \cdot 8 = \mathbf{32x + 4}$

b) $5\,(2x - 7) = 5 \cdot (2x - 7) = 5 \cdot 2x - 5 \cdot 7 = \mathbf{10x - 35}$

Frage 47:

Das Doppelte: **mal 2**; multiplizieren: **mal** ;
teilen: **geteilt durch „:“** ; addieren: **plus** ;
Differenz: **minus** ; Summe: **plus** ;
Quotient: **geteilt durch „:“** ; das Dreifache: **mal 3** ;
subtrahieren: **minus** ; dividieren: **geteilt durch „:“**

Frage 48:

Merke: Man bringt einen Summanden von einer Gleichungsseite auf die andere, indem man ihn auf der einen Seite streicht und auf der anderen Seite mit umgekehrtem Vorzeichen anfügt. Bei Summanden ohne Vorzeichen ist immer plus gemeint.

a) $x + 3 = 7 \quad | -3$
$\Leftrightarrow \quad x = 7 - 3$
$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x = 4}$

b) $x - 5 = 2 \quad | +5$
$\Leftrightarrow \quad x = 2 + 5$
$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x = 7}$

c) $12 + x = 4 \quad | -12$
$\Leftrightarrow \quad x = 4 - 12$
$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x = -8}$

d) $-9 + x = -7 \quad | +9$
$\Leftrightarrow \quad x = -7 + 9$
$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x = 2}$

Frage 49:

In c) muss man durch „–3“ *teilen*;. Ein häufiger Fehler ist, dass man mit „+3“ rechnet.

In d) muss man mit 5 multiplizieren wegen $\frac{x}{5} = x : 5$.

a) $2x = 6 \quad | :2$
$\Leftrightarrow \quad x = 6 : 2$
$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x = 3}$

b) $8x = 4 \quad | :8$
$\Leftrightarrow \quad x = 4 : 8$
$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x = \frac{4}{8} = 0{,}5}$

c) $-3x = 6 \quad | : (-3)$
$\Leftrightarrow \quad x = 6 : (-3)$
$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x = -2}$

d) $\frac{x}{5} = 7 \quad | \cdot 5$
$\Leftrightarrow \quad x = 7 \cdot 5$
$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x = 35}$

Frage 50:

a)

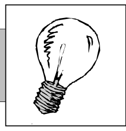
Man muss alle Summanden mit der Variablen auf die linke Seite und alle „Zahl-Summanden“ auf die rechte Seite der Gleichung bringen.

$5x + 6 = 3x - 8 \quad | -3x - 6$
$\Leftrightarrow \quad 5x - 3x = -8 - 6$
$\Leftrightarrow \quad 2x = -14 \quad | :2$
$\Leftrightarrow \quad x = -14 : 2$
$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x = -7}$

b)

Man muss zuerst alle Klammern ausmultiplizieren und dann die Terme auf beiden Seiten soweit wie möglich zusammenfassen. Anschließend geht man so vor wie in a).

$10 \cdot (2x + 5) - 4x - 26 = 2(x - 9)$
$\Leftrightarrow \quad 20x + 50 - 4x - 26 = 2x - 18$
$\Leftrightarrow \quad 16x + 24 = 2x - 18 \quad | -2x - 24$
$\Leftrightarrow \quad 16x - 2x = -18 - 24$
$\Leftrightarrow \quad 14x = -42 \quad | :14$
$\Leftrightarrow \quad 14x = -42 : 14$
$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x = -3}$



Frage 51:

Man muss die Gleichung mit 100 multiplizieren.

Der Bruch $\frac{p}{100}$ bedeutet nämlich $\frac{p}{100} = p : 100$.

$\frac{p}{100} = 0{,}35 \quad | \cdot 100$

$\Leftrightarrow \quad p = 0{,}35 \cdot 100$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{p = 35}$

Prozent- und Zinsrechnung:

Frage 52:

a) Das Prozentzeichen „%“ ist eine Abkürzung für die Rechenoperation „ : 100 “ (geteilt durch 100).

b) Es gilt:

$25\ \% = 25 : 100 = \mathbf{\frac{25}{100}}$ und $4{,}5\ \% = 4{,}5 : 100 = \mathbf{\frac{4{,}5}{100}}$

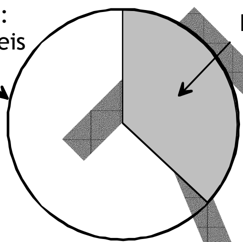
Hinweis: Im Zähler eines Bruchs darf man auch eine Dezimalzahl schreiben; auch wenn dies etwas ungewöhnlich ist.

Frage 53:

Der **Grundwert G** ist immer das Ganze, der **Prozentwert W** ist ein Teil des Ganzen. Der **Prozentsatz p %** beschreibt den Anteil des Prozentwerts am Grundwert als Bruch.

p wird Prozentzahl genannt. Es gilt: $\frac{p}{100} = \frac{W}{G}$

Grundwert G:
der ganze Kreis



Prozenwert W:
ein Teil vom
ganzen Kreis

Frage 54:

Wegen $p\ \% = \frac{p}{100}$ muss man $\frac{p}{100}$ von G berechnen.

Das ist der Ausdruck $\frac{p}{100} \cdot G$ oder $(G : 100) \cdot p$.

15 % von 40 Schülern sind somit:

$\frac{15}{100} \cdot 40 = \frac{15 \cdot 40}{100} = \frac{600}{100} = \mathbf{6}$ **Schüler**

Frage 55:

Man muss den Bruch $\frac{W}{G}$ lediglich als Dezimalzahl schreiben (siehe Frage 34) und das Ergebnis mit 100 multiplizieren.

Für W = 6 kg und G = 40 kg erhält man: $\frac{6}{40} = 6 : 40 = 0{,}15$

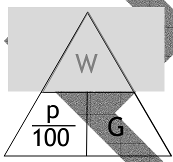
Somit ist die Prozentzahl $\mathbf{p = 0{,}15 \cdot 100 = 15}$.

Allgemein gilt: $p = \frac{W}{G} \cdot 100$

Frage 56:

Man deckt in dem Dreieck die gesuchte Größe ab. Die Formel zur Berechnung dieser Größe wird dann von den offenen Flächen angezeigt.

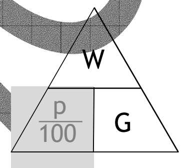
a)
Durch Abdecken von W erhält man die Formel: $\mathbf{W = \frac{p}{100} \cdot G}$



Einsetzen von p = 25 und G = 120 € ergibt:

$W = \frac{25}{100} \cdot 120\ € = \mathbf{30\ €}$

b)
Durch Abdecken von $\frac{p}{100}$ erhält man die Formel: $\mathbf{\frac{p}{100} = \frac{W}{G}}$

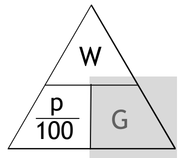


Einsetzen von W = 45 kg und G = 360 kg ergibt: $\frac{p}{100} = \frac{45}{360}$

Die Lösung dieser Gleichung ist $p = \frac{45}{360} \cdot 100 = \mathbf{12{,}5}$.

c) Durch Abdecken von G erhält man die Formel:

$\mathbf{G = \frac{W}{\frac{p}{100}} = W : \frac{p}{100}}$



Einsetzen von p = 7,5 und W = 42 Äpfel ergibt: G = 42 : 0,075 = **560 Äpfel**

Frage 57:

Man muss von der Beziehung p % ≙ W bzw. 60 % ≙ 243 kg ausgehen und daraus auf die Beziehung 100 % ≙ G schließen.

	60 %	≙	243 kg
: 60 ↓			↓ : 60
	1 %	≙	4,05 kg
· 100 ↓			↓ · 100
	100 %	≙	**405 kg**

Der Grundwert ist also **G = 405 kg.**

Frage 58:

Der Grundwert ist der ursprüngliche Preis: G = 1500 €. Die Differenz zwischen altem und neuen Preis ist der Prozentwert: W = 1500 € – 1200 € = 300 €. Aus W = 300 € und G = 1500 € kann dann der Prozentsatz berechnet werden, um den der Preis reduziert wurde (siehe Frage 56b). Man erhält:

$p = \frac{300}{1500} \cdot 100 = 20$ bzw. $\mathbf{p\ \% = 20\ \%}$.

Frage 59:

Um eine geschachtelte Aufgabe handelt es sich, wenn etwas Ganzes zweimal nacheinander geteilt wird. Im Beispiel soll zunächst der Anteil der Jungen eines Jahrgangs berechnet werden. Anschließend wird die Anzahl der Jungen weiter aufgeteilt; nämlich in diejenigen Jungen, die in einen Turnverein gehen.

55 % von 80 Jugendlichen sind $\frac{55}{100} \cdot 80 = \mathbf{44}$ **Jungen.**

25 % von 44 Jungen sind $\frac{25}{100} \cdot 44 = \mathbf{11}$ **Jungen,** die in einen Turnverein gehen.

Lösungen:

Frage 60:

a) Der Zinssatz ist der Prozentsatz. Das angelegte Kapital ist der Grundwert G. Die Zinsen für 1 Jahr sind der Prozentwert W.

Mit p % = 2,5 % und G = 1200 € erhält man (vgl. Frage 54):

$W = \frac{2{,}5}{100} \cdot 1200\text{ €} = \mathbf{30\text{ € Zinsen}}$

b) Die Zinsen sind die Differenz zwischen dem Kapital am Jahresende und dem Kapital am Jahresanfang.

Mit K_0 = 1500 € und K_E = 1525 € erhält man:

Zinsen = 1525 € – 1500 € = **25 €**

Frage 61:

a) Es gilt $q = 1 + \frac{p}{100}$. Mit p % = 3 % erhält man q = 1,03.

b) Man erhält das Kapital K_E an einem Jahresende, indem man das Kapital K_0 am Jahresanfang mit dem Zinsfaktor multipliziert. Es gilt: $\mathbf{K_E = K_0 \cdot q}$

Mit K_0 = 2500 € und q = 1,015 erhält man:

K_E = 2500 € · 1,015 = **2537,50 €**

Frage 62:

a) Man spricht von „Zinseszins", wenn die Zinsen eines Jahres zum Startkapital dazugezählt werden und im nächsten Jahr weiter verzinst werden.

b) Mit Hilfe der jährlichen Zinsfaktoren q kann man aus dem Startkapital K_0 schnell das Endkapital K_E nach mehreren Jahren berechnen. Bei einer Verzinsung über 3 Jahre gilt: $K_E = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3$

Frage 63:

Für das Kapital K_E am Ende eines Jahres gilt jeweils:

$K_E = K_0 \cdot q$. Die Zinsen eines Jahres sind die Differenz zwischen dem jeweiligen Kapital am Jahresende und dem Kapital am Jahresanfang. Es gilt jeweils: Zinsen = $K_E - K_0$

Jahre	Kapital am Jahresanfang	Zinsfaktor q	Kapital am Jahresende	Zinsen
1.	1800 €	1,02	**1836 €**	**36 €**
2.	**1836 €**	1,025	**1881,90 €**	**45,90 €**
3.	**1881,90 €**	1,03	**1938,36 €**	**56,46 €**

Man beachte: Das Kapital an einem Jahresende ist immer das Kapital am Anfang des nächsten Jahres.

Frage 64:

a) Ein Darlehen bzw. ein Kredit ist ein Geldbetrag, den eine Bank einem Kunden ausleiht. Dafür muss der Kunde aber jährliche Zinsen zahlen.

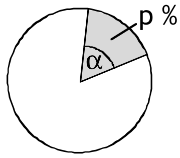
b) Die Zinsen für 1 Monat sind der 12-te Teil der Zinsen für 1 Jahr. Es gilt: Zinsen pro Monat = (Zinsen pro Jahr) : 12

Frage 65:

Wenn man einen Prozentsatz in einem Säulen-, Balken- oder Streifendiagramm darstellen will, sollte man immer für **1 % die Länge 1 mm** wählen.
Dann haben 100 % die Länge 100 mm = 10 cm.

Frage 66:

Dem Prozentsatz 100 % entspricht der Winkel 360° (Vollkreis). Dann entspricht 1 % dem Mittelpunktswinkel 3,6° (= 360°: 100) eines Kreisausschnitts. Der Prozentsatz p % entspricht dann einem Kreisausschnitt mit dem Mittelpunktswinkel $\boldsymbol{\alpha = p \cdot 3{,}6°}$.



$\alpha = p \cdot 3{,}6°$

Frage 67:

Man muss den Mittelpunktswinkel α des Kreisausschnitts als Prozentwert W betrachten. Der Winkel 360° des Vollkreises ist der Grundwert G = 360°. Für α = 108° ist

W = 108°. Damit erhält man für $p = \frac{W}{G} \cdot 100$ (s. Frage 55):

$p = \frac{108°}{360°} \cdot 100 = 30$

Dem Winkel 108° entspricht also der Prozentsatz **30 %**.

Größen und Winkel:

Frage 68:

a) und b):
Zwei benachbarte Längeneinheiten werden mit Hilfe des **Faktors 10** ineinander umgerechnet. Die einzige **Ausnahme** ist der Sprung zwischen Meter und **Kilometer**:

$$\text{km} \xrightarrow{\cdot 1000} \text{m} \xrightarrow{\cdot 10} \text{dm} \xrightarrow{\cdot 10} \text{cm} \xrightarrow{\cdot 10} \text{mm}$$
$$\text{km} \xleftarrow{:1000} \text{m} \xleftarrow{:10} \text{dm} \xleftarrow{:10} \text{cm} \xleftarrow{:10} \text{mm}$$

Frage 69:

a) und b):

Zwei benachbarte Flächeneinheiten werden mit Hilfe des **Faktors 100** ineinander umgerechnet.

$$\text{km}^2 \xrightarrow{\cdot 100} \text{ha} \xrightarrow{\cdot 100} \text{a} \xrightarrow{\cdot 100} \text{m}^2 \xrightarrow{\cdot 100} \text{dm}^2 \xrightarrow{\cdot 100} \text{cm}^2 \xrightarrow{\cdot 100} \text{mm}^2$$
$$\text{km}^2 \xleftarrow{:100} \text{ha} \xleftarrow{:100} \text{a} \xleftarrow{:100} \text{m}^2 \xleftarrow{:100} \text{dm}^2 \xleftarrow{:100} \text{cm}^2 \xleftarrow{:100} \text{mm}^2$$

Hinweis:
1 a = 1 Ar = 100 m^2 und 1 ha = 1 Hektar = 100 a = 10000 m^2

Frage 70:

a) und b):
Zwei benachbarte Volumeneinheiten werden mit Hilfe des **Faktors 1000** ineinander umgerechnet.

$$\text{m}^3 \xrightarrow{\cdot 1000} \text{dm}^3 \xrightarrow{\cdot 1000} \text{cm}^3 \xrightarrow{\cdot 1000} \text{mm}^3$$
$$\text{m}^3 \xleftarrow{:1000} \text{dm}^3 \xleftarrow{:1000} \text{cm}^3 \xleftarrow{:1000} \text{mm}^3$$

Hinweis: 1 dm^3 = 1 Liter

Frage 71:

a) und b):

Zwei benachbarte Gewichteinheiten werden mit dem **Faktor 1000** ineinander umgerechnet.

$$t \underset{:1000}{\overset{\cdot 1000}{\rightleftarrows}} kg \underset{:1000}{\overset{\cdot 1000}{\rightleftarrows}} g \underset{:1000}{\overset{\cdot 1000}{\rightleftarrows}} mg$$

Frage 72:

$$\text{Jahr} \underset{:365}{\overset{\cdot 365}{\rightleftarrows}} \text{Tag} \underset{:24}{\overset{\cdot 24}{\rightleftarrows}} h \underset{:60}{\overset{\cdot 60}{\rightleftarrows}} min \underset{:60}{\overset{\cdot 60}{\rightleftarrows}} s$$

Frage 73:

Man muss die Dezimalstellen mit dem Faktor zur Umrechnung in die kleinere Einheit multiplizieren.

a) 0,75 h = 0,75 · 60 min = 45 min

Damit ist: 4,75 h = **4 h 45 min**

b) 0,4 min = 0,4 · 60 s = 24 s

Damit ist: 7,4 min = **7 min 24 s**

c) 0,25 Tage = 0,25 · 24 h = 6 h

Damit ist: 12,25 Tage = **12 Tage 6 h**

Frage 74:

a) Man zählt zunächst zur Anfangszeit die **Differenz der Stunden** hinzu. Bei den Zeiten 7:20 Uhr und 16:45 Uhr sind das 9 h (= 16 – 7). Man erhält: 7:20 Uhr **+ 9 h** = 16:20 Uhr.
Anschließend berechnet man die **Differenz der Minuten**. Von 16:20 Uhr bis 16:45 Uhr: 45 min – 20 min = **25 min**.

Die Zeitspanne zwischen 7:20 Uhr und 16:45 Uhr beträgt somit **9 h 25 min**.

b) Man berechnet zunächst die Minutenzahl der Anfangszeit **zur nächsten vollen Stunde.**
Im Fall von 7:50 Uhr sind das **10 min** bis 8:00 Uhr. Anschließend kann man die Dauer von der vollen Stunde, hier also 8:00 Uhr, bis zur Endzeit leicht berechnen. Von 8:00 Uhr zu 12:25 Uhr sind es **4 h 25 min**.

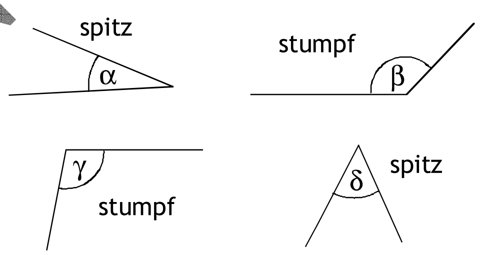
Insgesamt sind es also von 7:50 Uhr bis 12:25 Uhr:

4 h 25 min + 10 min = **4 h 35 min**

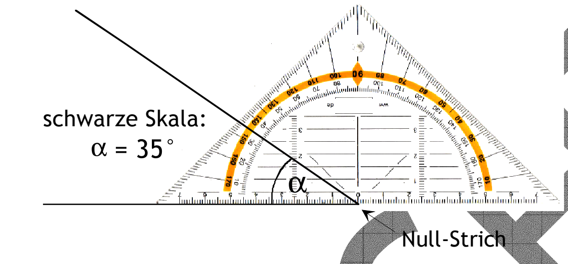
Frage 75:

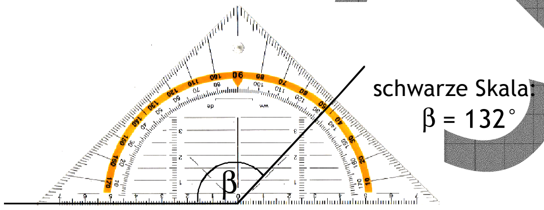
a) *Spitze* Winkel liegen **zwischen 0° und 90°.**
Stumpfe Winkel liegen **zwischen 90° und 180°.**
Ein *rechter* Winkel beträgt **genau 90°.**

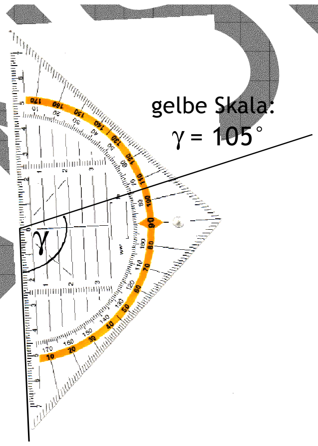
b)



Frage 76:

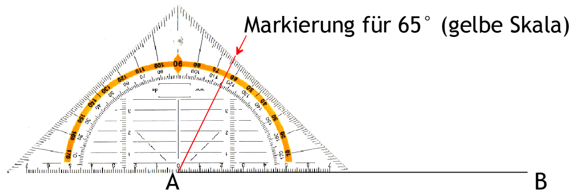


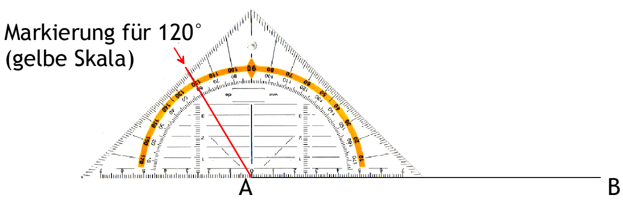


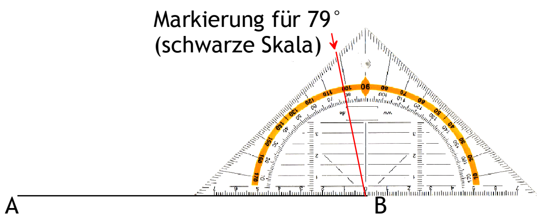


Hinweis: Selbstverständlich kann man das Geodreieck auch jeweils am anderen Schenkel anlegen.

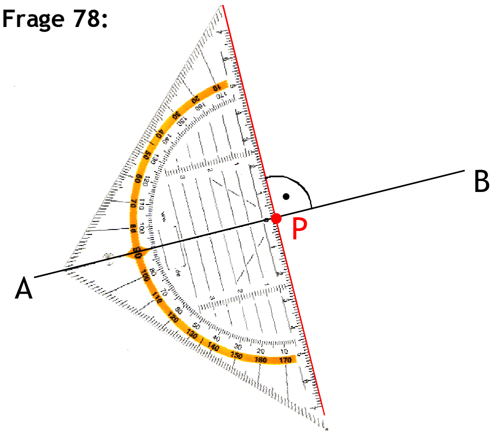
Frage 77:







Frage 78:



Flächen und Körper:

Frage 79:

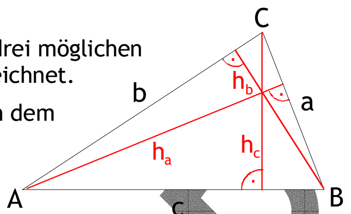
Rechteck: Flächeninhalt $A = a \cdot b$

Quadrat: Flächeninhalt $A = a \cdot a = a^2$

Frage 80:

a)
In der Zeichnung sind alle drei möglichen Höhen h_a, h_b und h_c eingezeichnet.

Die Ecken werden entgegen dem Uhrzeigersinn beschriftet.

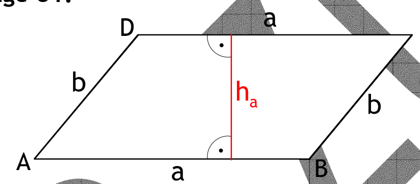


b) Flächeninhalt A_D eines Dreiecks:

$A_D = \frac{1}{2} c \cdot h_c$ oder $A_D = \frac{1}{2} b \cdot h_b$ oder $A_D = \frac{1}{2} a \cdot h_a$

Frage 81:

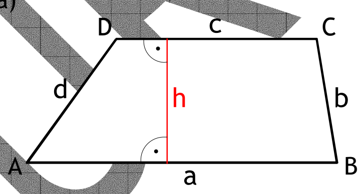
a)



b) Flächeninhalt eines Parallelogramms: $\mathbf{A_P = a \cdot h_a}$

Frage 82:

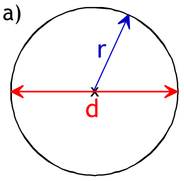
a)



b) Flächeninhalt eines Trapezes: $\mathbf{A_T = \frac{1}{2}(a + c) \cdot h}$

Frage 83:

a)



b) Es gilt: $d = 2 \cdot r$

Zum Einzeichnen des Radius' r und des Durchmessers d gibt es unendlich viele Möglichkeiten.
Der Radius ist immer die Strecke zwischen Mittelpunkt und Kreis. Der Durchmesser geht durch den ganzen Kreis.

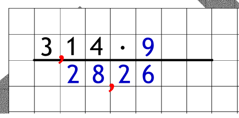
Frage 84:

Es gilt: $\pi \approx 3{,}14$

Für den Flächeninhalt eines Kreises gilt: $A = \pi \cdot r^2$

Bei d = 6 cm ist r = 3 cm. Mit r = 3 cm und $\pi \approx 3{,}14$ erhält man: $A = 3{,}14 \cdot 3^2 = 3{,}14 \cdot 9 = \mathbf{28{,}26\ cm^2}$

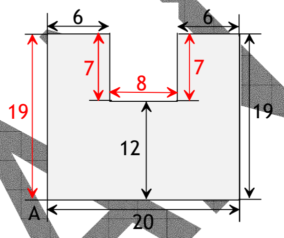
Man beachte, dass im Ergebnis zwei Stellen rechts vom Komma stehen müssen.



Frage 85:

Man muss von einer Ecke aus einmal um die Figur herumgehen und dabei alle Streckenabschnitte addieren.

In der vorliegenden Figur können die fehlenden Streckenabschnitte aus den bekannten Streckenabschnitten bestimmt werden. Wenn man von der Ecke A aus entgegen dem Uhrzeigersinn um die Figur herumgeht, erhält man:



Umfang
= 20 + 19 + 6 + 7 + 8 + 7 + 6 + 19
= 39 + 13 + 15 + 25
= 52 + 40
= **92 cm**

Frage 86:

Für einen Kreisumfang u gilt: $u = \pi \cdot d$ bzw. $u = 2 \cdot \pi \cdot r$

Mit r = 8 cm erhält man: $u = 2 \cdot \pi \cdot 8 = \mathbf{50{,}27\ cm}$

Frage 87:

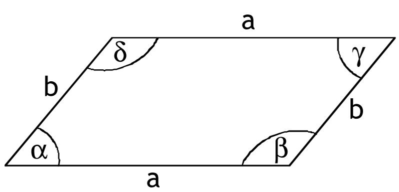
Für den halben Kreisumfang u_{halb} gilt:

$u_{halb} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot d$ bzw. $u_{halb} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot r = \pi \cdot r$

Mit r = 12 cm : 2 = 6 cm erhält man: $u_{halb} = \mathbf{18{,}85\ cm}$

Frage 88:

In einem Parallelogramm sind die gegenüberliegenden Winkel gleich groß. Es gilt $\alpha = \gamma$ und $\beta = \delta$. Außerdem beträgt die Summe der Winkel einer Seite immer 180°. Es gilt $\alpha + \beta = 180°$ und $\gamma + \delta = 180°$.



Wegen $\alpha = 40°$ gilt auch: $\boldsymbol{\gamma = 40°}$

Außerdem gilt: $40° + \beta = 180° \Leftrightarrow$ $\boldsymbol{\beta = 140°}$

Der gegenüberliegende Winkel von β ist der Winkel δ. Somit gilt auch $\boldsymbol{\delta = 140°}$.

Frage 89:

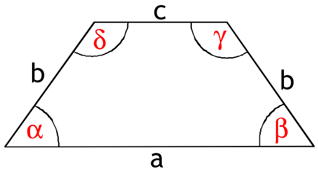
In jedem Dreieck ist die Summe der Innenwinkel **180°**.
Es gilt: $\boldsymbol{\alpha + \beta + \gamma = 180°}$

In jedem Viereck ist die Summe der Innenwinkel **360°**.
Es gilt: $\boldsymbol{\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°}$

Lösungen:

Frage 90:

In einem *gleichschenkligen* Trapez sind die unteren beiden Winkel und die oberen beiden Winkel jeweils gleich groß.
Es gilt: $\alpha = \beta$ und $\gamma = \delta$



Wegen $\alpha = 60°$ gilt auch $\boldsymbol{\beta = 60°}$.

Die Winkel γ und δ können der Summe der Innenwinkel berechnet werden. Es gilt: $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$

Mit $\alpha = 60°$, $\beta = 60°$ und $\gamma = \delta$ folgt:

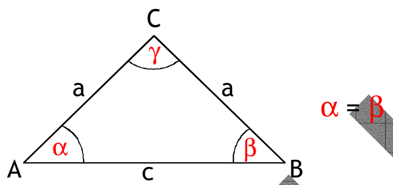
$$60° + 60° + \delta + \delta = 360°$$
$$\Leftrightarrow \quad 120° + 2\delta = 360° \quad | -120°$$
$$\Leftrightarrow \quad 2\delta = 240° \quad | :2$$
$$\Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\delta = 120°}$$

Damit ist auch $\boldsymbol{\gamma = 120°}$.

Frage 91:

a) In einem *gleichschenkligen* Dreieck sind die beiden Basiswinkel gleich groß. Es gilt: $\alpha = \beta$

Wegen $\alpha = 50°$ muss auch $\boldsymbol{\beta = 50°}$ sein.



Der Winkel γ kann mit der Summe der Innenwinkel berechnet werden. Es gilt: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$

Mit $\alpha = 50°$ und $\beta = 50°$ folgt:

$$50° + 50° + \gamma = 180°$$
$$\Leftrightarrow \quad 100° + \gamma = 180° \quad | -100°$$
$$\Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\gamma = 80°}$$

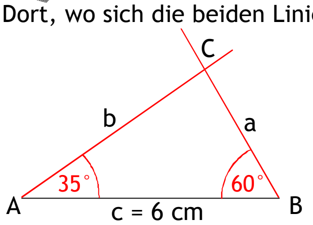
b) In einem gleichseitigen Dreieck sind alle Innenwinkel gleich groß. Für die Summe der Innenwinkel gilt also:

$$\alpha + \alpha + \alpha = 180°$$
$$\Leftrightarrow \quad 3\alpha = 180° \quad | :3$$
$$\Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\alpha = 60°}$$

Alle Innenwinkel eines gleichseitigen Dreiecks betragen 60°.

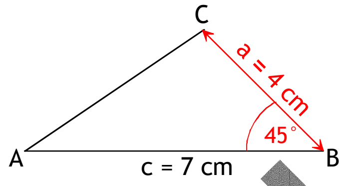
Frage 92:

Zuerst zeichnet man die Strecke c = 6 cm mit den Endpunkten A und B. Anschließend zeichnet man an den Punkten A und B die Winkel $\alpha = 35°$ bzw. $\beta = 60°$.
Dort, wo sich die beiden Linien schneiden, ist der Punkt C.



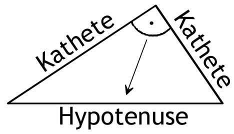
Frage 93:

Man zeichnet zuerst die Strecke c = 7 cm mit den Endpunkten A und B. Vom Punkt B aus zeichnet man dann eine Linie im Winkel 45° zur Strecke c. Anschließend misst man auf dieser Linie 4 cm ab. Der Endpunkt auf dieser Linie ist der Punkt C.

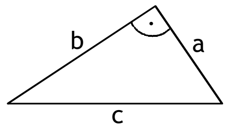


Frage 94:

a) Die Katheten sind die beiden Seiten, die den rechten Winkel einschließen. Die Hypotenuse ist die längste Seite des Dreiecks bzw. diejenige Seiten gegenüber dem rechten Winkel.



b) Es gilt: $\boldsymbol{a^2 + b^2 = c^2}$



Frage 95:

Man muss jeweils den Satz des Pythagoras aufstellen und die erhaltene Gleichung nach der Variablen auflösen.

a) Es gilt:

$$5{,}5^2 + 4{,}8^2 = c^2$$
$$\Leftrightarrow \quad 30{,}25 + 23{,}04 = c^2$$
$$\Leftrightarrow \quad 53{,}29 = c^2 \quad | \text{ Vertauschen beider Seiten}$$
$$\Leftrightarrow \quad c^2 = 53{,}29 \quad | \sqrt{} \text{ Wurzel ziehen}$$
$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{c = 7{,}3\text{ cm}}$$

b) Es gilt:

$$x^2 + 3{,}9^2 = 8{,}9^2$$
$$\Leftrightarrow \quad x^2 + 15{,}21 = 79{,}21 \quad | -15{,}21$$
$$\Leftrightarrow \quad x^2 = 64{,}00 \quad | \sqrt{} \text{ Wurzel ziehen}$$
$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{x = 8\text{ cm}}$$

Frage 96:

Man muss die Seitenlängen in den Satz des Pythagoras einsetzen. Wenn dann eine wahre Aussage entsteht, ist das Dreieck rechtwinklig; ansonsten nicht.

A) Man erhält:

$$20^2 + 99^2 = 101^2$$
$$\Leftrightarrow \quad 10201 = 10201$$

Wahre Aussage, also ist das Dreieck rechtwinklig.

B) Man erhält:

$$12^2 + 35^2 = 38^2$$
$$\Leftrightarrow \quad 1369 = 1444$$

Falsche Aussage, also ist das Dreieck nicht rechtwinklig.

Frage 97:

a) Quadervolumen = $a \cdot b \cdot c$; Würfelvolumen = $a \cdot a \cdot a = a^3$

b) Die Oberfläche eines Quaders besteht aus 6 Rechtecken, wobei jeweils zwei Rechtecke identisch sind. Es gilt:
$O = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c$

Die Oberfläche eines Würfels besteht aus 6 Quadraten. Jedes dieser Quadrate hat den Flächeninhalt $A = a^2$. Somit gilt für die Oberfläche: $O = 6a^2$

Frage 98:

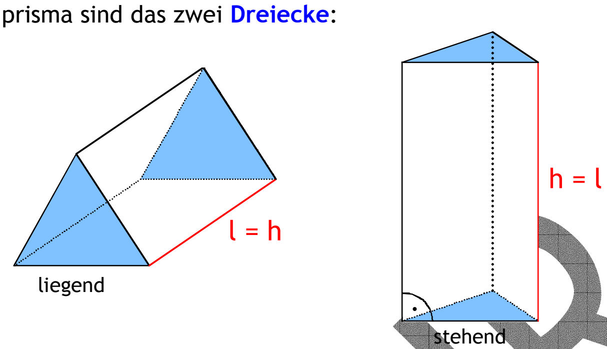
Volumen einer quadratischen Pyramide: $V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$

Frage 99:

Volumen eines Zylinders: $V_{Zyl} = \pi \cdot r^2 \cdot h$

Frage 100:

a) In einem Prisma kommen immer zwei identische Flächen vor, die parallel zueinander stehen. In einem Dreiecksprisma sind das zwei **Dreiecke**:



b) Für das Volumen eines Prismas gilt:

$V_{Prisma} = G \cdot l$ bzw. $V_{Prisma} = G \cdot h$

Bei einem Dreiecksprisma ist G der Flächeninhalt eines der beiden Dreiecke und l die Länge des Prismas bzw. h die Höhe des Prismas.

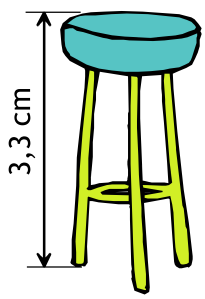
Funktionale Zusammenhänge:

Frage 101:

Der Maßstab 1 : 3000 bedeutet, dass 1 cm in der Zeichnung 3000 cm in Wirklichkeit entsprechen.

Frage 102:

Man muss die Größe des Gegenstands in der Zeichnung messen und die gemessene Länge mit der Maßstabszahl multiplizieren. In der Zeichnung ist der Hocker 3,3 cm hoch. Bei einem Maßstab von 1 : 40 ist er in Wirklichkeit $40 \cdot 3{,}3$ cm = **132 cm** = **1,32 m** hoch.



Frage 103:

Man misst zunächst in der Zeichnung die Länge bzw. Höhe beider Gegenstände. Man erhält im Beispiel:

Fuchs: 16 mm ; Hasenrücken: 7 mm

Aus der wirklichen Größe des einen Gegenstands kann man dann mit einem Dreisatz die wirkliche Größe des anderen Gegenstands berechnen. Da der Hasenrücken in Wirklichkeit 14 cm hoch ist, erhält man:

	Zeichnung		Wirklichkeit	
	7 mm	⟶	14 cm	
:7	1 mm	⟶	2 cm	:7
·16	16 mm	⟶	**32 cm**	·16

Der Fuchs ist in Wirklichkeit also **32 cm** hoch.

Frage 104:

- Dem 2-, 3-, … n-Fachen der Größe x entspricht **das 2-, 3-, … n-Fache** der Größe y.
- Die Quotienten x : y bzw. y : x sind immer **konstant**.

Frage 105:

Man muss von der Beziehung 8 kg → 16,80 € ausgehen und daraus den Preis für 1 kg Äpfel berechnen. Damit kann man dann den Preis für jedes beliebige Gewicht x berechnen.

	Gewicht		Preis	
	8 kg	⟶	16,80 €	
:8	1 kg	⟶	2,10 €	:8
·x	x kg	⟶	x·2,10 €	·x

Frage 106:

Es handelt sich um eine proportionale Beziehung: *„Je länger die geflogene Strecke, umso länger die Flugzeit.“* Für jedes Wertepaar (a; b) ist also der Quotient a : b bzw. b : a konstant. Die jeweiligen Wertepaare stehen in den Spalten der Tabelle. Im Wertepaar (2250; 2,5) sind beide Werte bekannt.

- Zur Berechnung von x muss also gelten:

$x : 2 = 2250 : 2{,}5$

$\Leftrightarrow \quad x : 2 = 900 \quad | \cdot 2$

$\Leftrightarrow \quad x = 1800$ bzw. **x = 1800 km**

- Zur Berechnung von y muss gelten:

$y : 540 = 2{,}5 : 2250$

$\Leftrightarrow \quad y : 540 = \frac{2{,}5}{2250} \quad | \cdot 2$

$\Leftrightarrow \quad y = 0{,}6$ bzw. **y = 0,6 h** = 36 min

geflogene Strecke in km	540	**1800**	2250
Flugzeit in Stunden	**0,6**	2	2,5

Frage 107:

- Dem 2-, 3-, … n-Fachen der Größe x entspricht **der 2-te, 3-te, … n-te Teil** der Größe y.
- Das Produkt $x \cdot y$ ist immer **konstant**.

Lösungen:

Frage 108:

Es handelt sich um eine umgekehrt proportionale Beziehung: „*Je kürzer die Zeit, umso größer die gelaufene Geschwindigkeit.*“ Für jedes Wertepaar (a; b) ist also das Produkt $a \cdot b$ konstant. Die jeweiligen Wertepaare stehen in den Spalten der Tabelle. Im Wertepaar (375; 4) sind beide Werte bekannt.

- Zur Berechnung von x muss also gelten:

$x \cdot 4{,}5 = 4 \cdot 375$

$\Leftrightarrow\ x \cdot 4{,}5 = 1500 \quad | : 4{,}5$

$\Leftrightarrow\ x = 333{,}3$ bzw. $\mathbf{x = 333{,}3\ s}$

- Zur Berechnung von y muss gelten:

$y \cdot 468{,}75 = 4 \cdot 375$

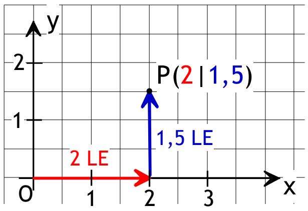
$\Leftrightarrow\ y \cdot 468{,}75 = 1500 \quad | : 468{,}75$

$\Leftrightarrow\ y = 3{,}2$ bzw. $\mathbf{y = 3{,}2\ m/s}$

Zeit in Sekunden	468,75	375	**333,3**
Geschwindigkeit in m/s	**3,2**	4	4,5

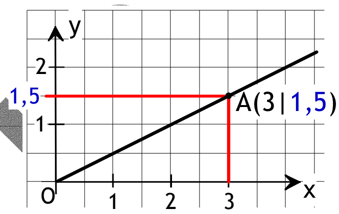
Frage 109:

Zuerst geht man auf der x-Achse **2** Längeneinheiten nach rechts. Anschließend geht man von dort aus um **1,5** Längeneinheiten nach oben.

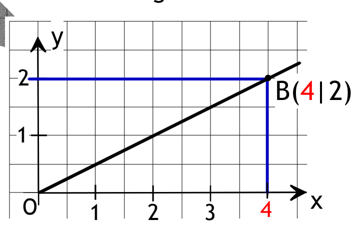


Frage 110:

a) Man zeichnet von der Längeneinheit 3 auf der x-Achse eine Linie parallel zur y-Achse. Dort, wo diese Linie auf die Kurve (hier Gerade) trifft, ist der Punkt A. An diesem Punkt kann man die gesuchte y-Koordinate ablesen: **y = 1,5**

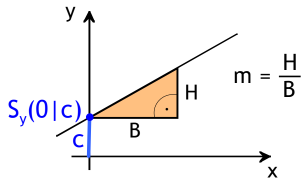


b) Man zeichnet von der Längeneinheit 2 auf der y-Achse eine Linie parallel zur x-Achse. Dort, wo diese Linie auf die Kurve (hier Gerade) trifft, ist der Punkt B. An diesem Punkt kann man die gesuchte x-Koordinate ablesen: **x = 4**



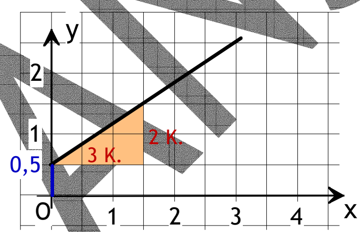
Frage 111:

Die Variable m ist die Steigung der Geraden. Die Variable c ist der y-Achsenabschnitt. Die Steigung m einer Geraden kann man mit Hilfe eines Steigungsdreiecks bestimmen:



Frage 112:

Den y-Achsenabschnitt kann man sofort ablesen: **c = 0,5**.
Um die Steigung m zu bestimmen, muss man ein Steigungsdreieck einzeichnen. Dabei sollte man die Enden des Steigungsdreiecks so wählen, dass sie auf Gitterpunkte fallen.
Das eingezeichnete Steigungsdreieck ist 3 Kästchen breit und 2 Kästchen hoch. Also ist $\mathbf{m = \frac{2}{3}}$.

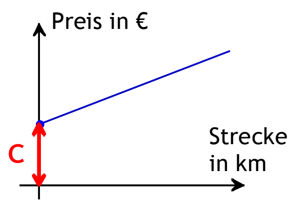


Frage 113:

In einem Weg-Zeit-Diagramm ist die Steigung einer Geraden die **Geschwindigkeit**, mit der sich ein Körper bewegt.

Frage 114:

Die Grundgebühr in dem abgebildeten Schaubild ist der **y-Achsenabschnitt** der Geraden.



Daten und Wahrscheinlichkeit:

Frage 115:

Zunächst sollte man die Strichliste als Häufigkeitstabelle schreiben:

Eissorte:	Erdbeere	Vanille	Schoko	Walnuss
Häufigkeit:	**5**	**7**	**4**	**6**

Die **absolute Häufigkeit** von „Vanille“ ist **7**.

Um die *relative* Häufigkeit bestimmen zu können, muss man zuerst alle Striche zählen bzw. alle Häufigkeiten addieren. Man erhält: $5 + 7 + 4 + 6 = \mathbf{22}$

Somit ist die **relative Häufigkeit** von „Vanille“ $\mathbf{\frac{7}{22}}$.

Frage 116:

Man muss alle Werte der Datenreihe addieren und das Ergebnis durch die Anzahl der Werte teilen.

Man erhält für den Mittelwert der Temperatur:

$$\frac{9 + 12 + 14 + 15 + 7 + 8 + 5}{7} = \frac{70}{7} = \mathbf{10°C}$$

Frage 117:

Man berechnet zunächst alle Produkte aus Note und zugehöriger Häufigkeit. Anschließend addiert man diese Produkte und teilt das Ergebnis durch die Summe aller Häufigkeiten.

Summe der Produkte aus Note und Häufigkeit

$= 1 \cdot 2 + 1{,}5 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 2{,}5 \cdot 4 + 3 \cdot 7 + 3{,}5 \cdot 6 + 4 \cdot 5 + 4{,}5 \cdot 3 + 5 \cdot 1$

$= 2 + 4{,}5 + 10 + 10 + 21 + 21 + 20 + 13{,}5 + 5 = \mathbf{107}$

Summe aller Häufigkeiten

$= 2 + 3 + 5 + 4 + 7 + 6 + 5 + 3 + 1 = \mathbf{36}$

Somit ist der Mittelwert = 107 : 36 = **2,97**

Frage 118:

Die Anzahl der Kombinationen ist das Produkt der drei Zahlen: $\mathbf{3 \cdot 2 \cdot 5}$. Es gibt also **30 Möglichkeiten**, ein Dreier-Set von Gegenständen zu ziehen.

Bei mehreren Behältern würde das Produkt zur Berechnung der Kombinationsmöglichkeiten aus mehr als 3 Faktoren bestehen. Also aus so vielen Faktoren, wie es Behälter sind. Jeder Faktor steht dabei für die Anzahl der Gegenstände in dem zugehörigen Behälter.

Frage 119:

Die Formel für die Anzahl der Begegnungen bei n Sportlern ist $\frac{n \cdot n - n}{2}$. Bei 4 Sportlern A, B, C und D kann man sich dies mit folgender Tabelle veranschaulichen:

	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

Die weißen Felder stehen für die Begegnungen zwischen den Sportlern. Deren Anzahl kann folgendermaßen berechnet werden:

Insgesamt sind es $4 \cdot 4 = 16$ Felder im Inneren der Tabelle. Davon müssen 4 graue Felder abgezogen werden.
Man erhält $16 - 4 = 12$ weiße Felder.
(Hinweis: Jeder Sportler kann natürlich nicht gegen sich selbst antreten. Daher darf man die grauen Felder der Diagonalen nicht mitzählen.)

Weil in den 12 weißen Feldern jede Begegnung zweimal enthalten ist (z.B. A gegen B und B gegen A), muss man die Anzahl der weißen Felder noch durch 2 teilen.
Es gibt also 12 : 2 = **6 Begegnungen** zwischen den Sportlern.

Das Gleiche erhält man mit der Formel $\frac{4 \cdot 4 - 4}{2}$.

Frage 120:

Für den 1. Platz hat man 5 Gegenstände zur Auswahl, für den 2. Platz nur noch 4 Gegenstände, für den 3. Platz noch 3 Gegenstände, für den 4. Platz noch 2 und für den 5. Platz nur noch 1 Gegenstand. Das Produkt aus den jeweiligen Auswahlmöglichkeiten ist $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ bzw. $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$.

Es gibt also **120 Möglichkeiten**, 5 Gegenstände in einer Reihe anzuordnen.

Frage 121:

a)
- Das Glücksrad hat 8 Felder; also gibt es 8 Ergebnisse.
- Der Würfel hat 6 Seiten; also gibt es 6 Ergebnisse.
- In der Lostrommel sind 8 Kugeln; also gibt es 8 Ergebnisse.

b) In der Lostrommel befinden sich 4 rote Kugeln; also gehören **4 Ergebnisse** zu dem Ereignis E „*Eine rote Kugel wird gezogen.*“

Frage 122:

a) Auf dem Glücksrad sind 4 gerade Zahlen abgebildet. Es sind also 4 günstige Ergebnisse für das Ereignis E.

b) Insgesamt hat das Glücksrad 8 gleich große Felder. Somit gibt es insgesamt 8 Ergebnisse. Weil 4 Ergebnisse für das Ereignis E günstig sind, hat die Wahrscheinlichkeit von E den Wert $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

c) Bei einem Zufallsexperiment mit gleich wahrscheinlichen Ergebnissen gilt für die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses E:

$$\mathbf{P(E)} = \frac{\textbf{Anzahl der für E günstigen Ergebnisse}}{\textbf{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}$$

Frage 123:

a) Wenn der Winkel eines Kreisausschnitts α ist, dann gilt für die Wahrscheinlichkeit $P(\alpha)$, dass dieser Kreisausschnitt bei einmaligem Drehen erscheint:

$$\mathbf{P(\alpha)} = \frac{\alpha}{360°}$$

(Hinweis: Der ganze Kreis hat 360°.)

b) Für $\alpha = 45°$ erhält man die Wahrscheinlichkeit

$$\mathbf{P(45°)} = \frac{45°}{360°} = \frac{1}{8} = \mathbf{12{,}5\ \%}.$$

Zur Erinnerung: Man wandelt einen Bruch in einen Prozentsatz um, indem man den Bruch zunächst als Dezimalzahl schreibt und dann mit 100 multipliziert (vgl. Fragen 34 und 55).

So ist $\frac{1}{8} = 1 : 8 = 0{,}125$.

Und als Prozentsatz: $0{,}125 = 0{,}125 \cdot 100\ \% = 12{,}5\ \%$

Auswertungstabelle: (r = richtig, f = falsch)

	r	f
Frage 1:	○	○
Frage 2:	○	○
Frage 3:	○	○
Frage 4:	○	○
Frage 5:	○	○
Frage 6:	○	○
Frage 7:	○	○
Frage 8:	○	○
Frage 9:	○	○
Frage 10:	○	○
Frage 11:	○	○
Frage 12:	○	○
Frage 13:	○	○
Frage 14:	○	○
Frage 15:	○	○
Frage 16:	○	○
Frage 17:	○	○
Frage 18:	○	○
Frage 19:	○	○
Frage 20:	○	○
Frage 21:	○	○
Frage 22:	○	○
Frage 23:	○	○
Frage 24:	○	○
Frage 25:	○	○
Frage 26:	○	○
Frage 27:	○	○
Frage 28:	○	○
Frage 29:	○	○
Frage 30:	○	○
Frage 31:	○	○
Frage 32:	○	○
Frage 33:	○	○
Frage 34:	○	○
Frage 35:	○	○
Frage 36:	○	○
Frage 37:	○	○
Frage 38:	○	○
Frage 39:	○	○
Frage 40:	○	○
Frage 41:	○	○

	r	f
Frage 42:	○	○
Frage 43:	○	○
Frage 44:	○	○
Frage 45:	○	○
Frage 46:	○	○
Frage 47:	○	○
Frage 48:	○	○
Frage 49:	○	○
Frage 50:	○	○
Frage 51:	○	○
Frage 52:	○	○
Frage 53:	○	○
Frage 54:	○	○
Frage 55:	○	○
Frage 56:	○	○
Frage 57:	○	○
Frage 58:	○	○
Frage 59:	○	○
Frage 60:	○	○
Frage 61:	○	○
Frage 62:	○	○
Frage 63:	○	○
Frage 64:	○	○
Frage 65:	○	○
Frage 66:	○	○
Frage 67:	○	○
Frage 68:	○	○
Frage 69:	○	○
Frage 70:	○	○
Frage 71:	○	○
Frage 72:	○	○
Frage 73:	○	○
Frage 74:	○	○
Frage 75:	○	○
Frage 76:	○	○
Frage 77:	○	○
Frage 78:	○	○
Frage 79:	○	○
Frage 80:	○	○
Frage 81:	○	○
Frage 82:	○	○

	r	f
Frage 83:	○	○
Frage 84:	○	○
Frage 85:	○	○
Frage 86:	○	○
Frage 87:	○	○
Frage 88:	○	○
Frage 89:	○	○
Frage 90:	○	○
Frage 91:	○	○
Frage 92:	○	○
Frage 93:	○	○
Frage 94:	○	○
Frage 95:	○	○
Frage 96:	○	○
Frage 97:	○	○
Frage 98:	○	○
Frage 99:	○	○
Frage 100:	○	○
Frage 101:	○	○
Frage 102:	○	○
Frage 103:	○	○
Frage 104:	○	○
Frage 105:	○	○
Frage 106:	○	○
Frage 107:	○	○
Frage 108:	○	○
Frage 109:	○	○
Frage 110:	○	○
Frage 111:	○	○
Frage 112:	○	○
Frage 113:	○	○
Frage 114:	○	○
Frage 115:	○	○
Frage 116:	○	○
Frage 117:	○	○
Frage 118:	○	○
Frage 119:	○	○
Frage 120:	○	○
Frage 121:	○	○
Frage 122:	○	○
Frage 123:	○	○