Inhalt der Lösungen zur Prüfung 2023:

Lösungen zur Prüfung 2023: Pflichtteil A1

Aufgabe 1:

Die Hälfte der Zahl 3:

- Der Bruch $\frac{3}{2}$ beschreibt die Hälfte von 3, weil $\frac{3}{2}$ nur eine andere Schreibweise für 3 : 2 ist.
- Für den Term $3 - \frac{1}{2}$ gilt: $3 - \frac{1}{2} = \frac{6}{2} - \frac{1}{2} = \frac{6-1}{2} = \frac{5}{2}$. Das ist die ***nicht*** die Hälfte von 3.
- Für den Term $0{,}5 \cdot 3$ gilt: $0{,}5 \cdot 3 = 1{,}5$. Das ist die Hälfte von 3 wegen $2 \cdot 1{,}5 = 3$.

Tipp: Wenn man eine beliebige Zahl mit „0,5" multipliziert, erhält man wegen $0{,}5 = \frac{1}{2}$ immer die Hälfte dieser Zahl. Das sollte man sich merken.

- Für den Term $3 : \frac{1}{2}$ gilt: $3 : \frac{1}{2} = 3 \cdot \frac{2}{1} = 3 \cdot 2 = 6$. Das ist ***nicht*** die Hälfte von 3.

Merke: Man dividiert durch einen Bruch, indem man mit dessen Kehrbruch multipliziert.

Ergebnis:

Term	richtig	falsch
$\frac{3}{2}$	X	
$3 - \frac{1}{2}$		X
$0{,}5 \cdot 3$	X	
$3 : \frac{1}{2}$		X

Aufgabe 2:

Die Lösung des Zahlenrätsels:

Zunächst muss man die entsprechende Gleichung des Zahlenrätsels aufstellen. Dazu sollte man die „unbekannte Zahl" mit einer Variablen bezeichnen – zum Beispiel mit x.
Außerdem sollte man sich klar machen, welchen Rechenoperationen die Formulierungen des Aufgabentextes entsprechen:

- „50 von irgendetwas subtrahieren" bedeutet: Irgendetwas minus 50 minus.
- Das „Vierfache einer unbekannten Zahl x" bedeutet: 4x
- „So erhält man 10" bedeutet: = 10

Somit lautet die Gleichung des Zahlenrätsels: **4x – 50 = 10**

Anschließend muss man diese Gleichung nach der Variablen x auflösen:

$$
\begin{aligned}
& 4x - 50 = 10 \quad | +50 \\
\Leftrightarrow\ & 4x - 50 + 50 = 10 + 50 \\
\Leftrightarrow\ & 4x = 60 \quad | :4 \\
\Leftrightarrow\ & x = 60 : 4 \\
\Leftrightarrow\ & \mathbf{x = 15}
\end{aligned}
$$

Ergebnis: Die gesuchte Zahl ist **15**.

Tipp:

Den Quotienten 60 : 4 kann man folgendermaßen berechnen:

Als Bruch: $60 : 4 = \frac{60}{4} = \frac{60:2}{4:2} = \frac{30}{2} = 15$

Oder durch ausführliche Division:

	6	0	:	4	=	1	5
	4						
-	2	0					
-	2	0					
		0					

Lösungen zur Prüfung 2023: Pflichtteil A1

Aufgabe 3:

Die fehlende Kantenlänge c:

Zur Lösung dieser Aufgabe muss man wissen, dass 1 Liter = 1 dm^3 ist und dass für das Volumen eines Quaders die Formel $V = a \cdot b \cdot c$ gilt.

Einsetzen von a = 6 dm, b = 2 dm und V = 60 Liter = 60 dm^3 ergibt:

$$60\,dm^3 = 6\,dm \cdot 2\,dm \cdot c$$

$$\Leftrightarrow \quad 60\,dm^3 = 12\,dm^2 \cdot c \quad |:12\,dm^2$$

$$\Leftrightarrow \quad (60:12)\,dm = c \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{c = (60:12)\,dm}$$

Den Quotient 60 : 12 kann man mit Hilfe der Bruchrechnung bestimmen. Es gilt:

$60:12 = \frac{60}{12} = \frac{60:2}{12:2} = \frac{30}{6} = \frac{30:2}{6:2} = \frac{15}{3} = 15:3 = \mathbf{5}$ (Hinweis: Es wurde hier schrittweise mit der Zahl 2 gekürzt.)

Ergebnis: Die Kantenlänge c muss **c = 5 dm** sein.

Aufgabe 4:

Die Spende für das Tierheim:

Zunächst muss man den Betrag berechnen, den die 13 Schulklassen insgesamt erhalten. Man erhält 145 € · 13 = **1885 €** (Rechnung siehe rechts)

Anschließend muss man diesen Betrag vom Gewinn 2135 € abziehen.
Man erhält (siehe rechts): 2135 € – 1885 € = **250 €**

Ergebnis: Die Spende für das Tierheim beträgt **250 €**.

1	4	5	·	1	3	
		1	4	5		
	+		4	3	5	
		1	8	8	5	
		2	1	3	5	
	–	1	8	8	5	
		1	1			
			2	5	0	

Hinweis:

Bei der Subtraktion 2135 – 1885 benötigt man zur Berechnung der zweiten Spalte von rechts einen „Behalte-Einser“. Dann rechnet man 13 – 8 = 5.
Entsprechend rechnet man in der dritten Spalte von rechts 11 – (8 + 1) = 11 – 9 = 2.

Aufgabe 5:

Das richtige Schild für das Schaufenster:

Der ursprüngliche Preis wurde um **50 €** = 150 € – 100 € reduziert.

Als Bruch geschrieben sind 50 von 150 = $\frac{50}{150} = \frac{50:10}{150:10} = \frac{5}{15} = \frac{5:5}{15:5} = \frac{1}{3}$

Ergebnis: Das **Schild D** ist somit das richtige Schild.

Bei den anderen Schildern würden sich jeweils folgende Beträge ergeben:

Schild A: Die Hälfte von 150 € sind 150 € : 2 = 75 € ≠ 50 € (= Preisreduktion)

Schild B: 25 % von 150 € sind $\frac{25}{100} \cdot 150 = \frac{3750}{100}$ = 37,50 € ≠ 50 € (= Preisreduktion)

Schild C: 60 % von 150 € sind $\frac{60}{100} \cdot 150 = \frac{9000}{100}$ = 90 € ≠ 100 € (= neuer Preis)

Lösungen zur Prüfung 2023: Pflichtteil A1

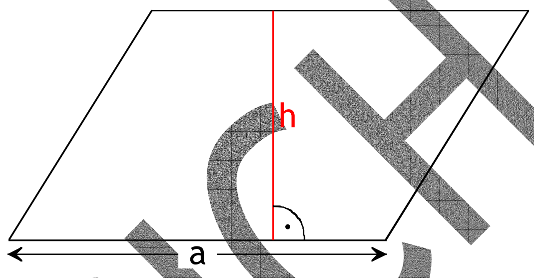
Aufgabe 6:

Der Flächeninhalt der Figur:

Bei der Figur handelt es sich um ein Parallelogramm.
Die Formel für dessen Flächeninhalt ist $\mathbf{A = a \cdot h}$.

Durch Abmessen erhält man: a = 5,0 cm und h = 3,0 cm

Damit folgt: $A = 5\,cm \cdot 3\,cm = 15\,cm^2$



Ergebnis: Der Flächeninhalt der Figur ist **15 cm²**.

Aufgabe 7:

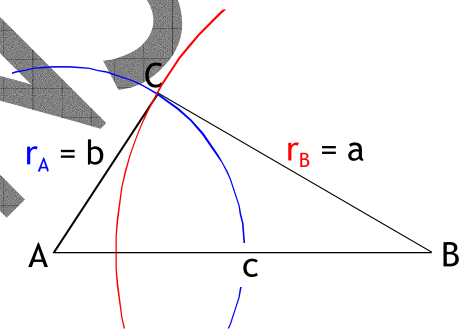
Zeichnen des Dreiecks mit a = 7 cm, b = 5 cm und c = 15 cm:

Wenn man ein Dreieck zeichnen will, dessen 3 Seiten bekannt sind, geht man folgendermaßen vor:

1.) Man zeichnet die Strecke c = 15 cm.

2.) Man zeichnet einen Kreis um den Mittelpunkt B mit dem Radius r_B = a = 7 cm.

3.) Man zeichnet einen Kreis um den Mittelpunkt A mit dem Radius r_A = b = 5 cm.



Dort, wo sich die beiden Kreise schneiden, ist der Punkt C.

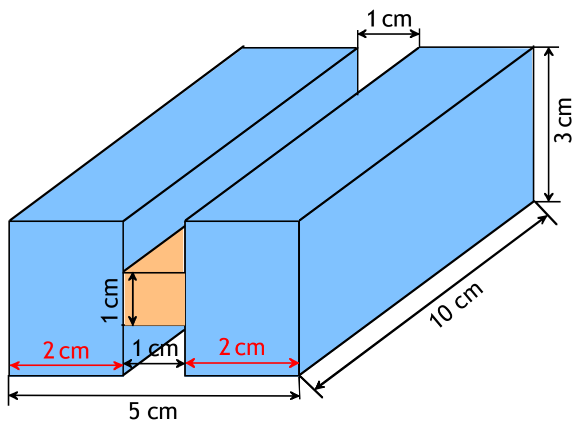
Weil in dieser Aufgabe **a + b < c** ist (7 cm + 5 cm = 12 cm < 15 cm), lässt sich das Dreieck ABC mit den angegebenen Maßen nicht zeichnen.

Ergebnis: Das Dreieck lässt sich ***nicht*** zeichnen wegen **a + b < c**.

Aufgabe 8:

Das Volumen des Körpers:

Der Körper besteht aus zwei gleich **großen Quadern** (blaue Markierung) und einen **kleineren Quader** (rote Markierung), der die beiden größeren Quader miteinander verbindet (siehe Zeichnung rechts).



Jeder der beiden größeren Quader hat die Breite b =2 cm, wegen (5 cm – 1 cm) : 2 = 4 cm : 2 = 2 cm.

Die Länge a und die Höhe c der beiden größeren Quader sind jeweils a = 10 cm und c = 3 cm. Mit $V = a \cdot b \cdot c$ erhält man:

$V_{groß} = 10\,cm \cdot 2\,cm \cdot 3\,cm = \mathbf{60\,cm^3}$

Der kleinere Quader hat die Breite 1 cm, die Höhe 1 cm und die Länge 10 cm. Damit ist:

$V_{klein} = 1\,cm \cdot 1\,cm \cdot 10\,cm = \mathbf{10\,cm^3}$

Das gesamte Volumen des Körpers ist somit: $V_{ges} = 2 \cdot 60\,cm^3 + 10\,cm^3 = 120\,cm^3 + 10\,cm^3 = \mathbf{130\,cm^3}$

Ergebnis: Der Körper hat das Volumen $\mathbf{V_{ges} = 130\,cm^3}$.

Lösungen zur Prüfung 2023: Pflichtteil A1

Aufgabe 9:

Die Durchschnittstemperatur in dieser Woche:

Der Durchschnitt ist der Quotient aus der *Summe aller Werte* und der *Anzahl der Tage* (= 7).
Die Summe *aller* Temperaturen ist:

0°C + 1,0°C + 2,5°C + 0,5°C + 1,0°C + 6,0°C + 3,0°C
= **1,0°C + 3,0°C + 7,0°C + 3,0°C**
= 4,0°C + 10,0°C
= **14°C**

(Hinweis: Es wurden hier immer zwei benachbarte Summanden zusammengefasst.)

Der gesuchte Durchschnitt ist somit 14°C : 7 = 2°C.

Ergebnis: Die Durchschnittstemperatur dieser Woche war **2°C**.

Aufgabe 10:

Die vervollständigte Tabelle und der Graph im Schaubild:

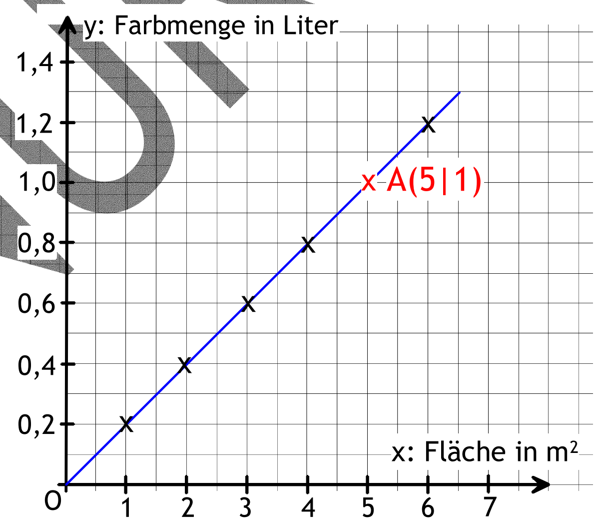
Die fehlenden Werte der Tabelle erhält man mit Hilfe einer Dreisatzrechnung aus der Beziehung $4\ m^2 \triangleq 0{,}8$ Liter:

:4 $4\ m^2 \triangleq 0{,}8$ Liter   :4
$1\ m^2 \triangleq 0{,}2$ Liter
·2   **$2\ m^2 \triangleq 0{,}4$ Liter**   ·2

Fläche in m^2	Farbmenge in Liter
1	**0,2**
2	**0,4**
3	**0,6**
4	0,8
5	**1,0**
6	**1,2**

Die jeweiligen Farbmengen zu den Flächen 3 m^2, 5 m^2 und 6 m^2 berechnet man entsprechend, indem man von der Beziehung **$1\ m^2 \triangleq 0{,}2$ Liter** ausgeht.
Man erhält:
$3\ m^2 \triangleq 0{,}6$ Liter ; $5\ m^2 \triangleq 1{,}0$ Liter und $6\ m^2 \triangleq 1{,}2$ Liter

Da es sich um eine proportionale Beziehung handelt, ist der Graph eine Gerade, die durch den Ursprung O geht. Man benötigt also nur noch einen weiteren Punkt (x|y) des Graphen.
Beispielsweise gehört zu der Beziehung $5\ m^2 \triangleq 1{,}0$ Liter der Punkt **A(5|1)**.
Damit sieht der Graph so aus:



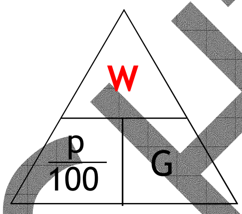
Lösungen zur Prüfung 2023: Pflichtteil A2

Aufgabe 1:

Der Geldbetrag für alle weiteren Ausgaben von Familie Bauer:

- Miete und Nebenkosten: $\frac{1}{3}$ von 3800 € sind 3800 € : 3 = **1266,67 €**
- Private Versicherungen:

Der Grundwert ist G = 3800 €. Der Prozentsatz ist p % = 5 %.
Gesucht ist der Prozentwert W. Einsetzen von G = 3800 € und p = 5 in die Formel $W = \frac{p}{100} \cdot G$ ergibt: $W = \frac{5}{100} \cdot 3800\ € = 5 \cdot 38\ € = \mathbf{190\ €}$



Das „Formeldreieck“ zur Prozentrechnung

Hinweis: Wenn man im „Formeldreieck“ die gesuchte Größe abdeckt (hier den Prozentwert W), zeigt das „Formeldreieck“ die Formel zur Berechnung dieser gesuchten Größe an.

Hier also $\frac{p}{100} \cdot G$.

- Telefon und Handyverträge: **119 €** (siehe Aufgabenstellung)

Die monatlichen Ausgaben von Familie Bauer sind also:

1266,67 € + 190 € + 119 € = 1575,67 €

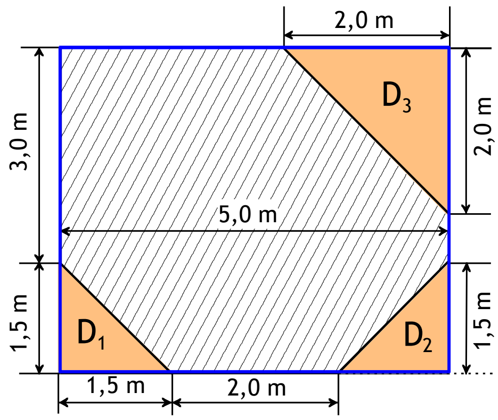
Somit bleibt von 3800 € der Betrag 3800 € − 1575,67 € = **2224,33 €** übrig.

Ergebnis: Für alle weiteren Ausgaben bleiben **2224,33 €** übrig.

Aufgabe 2:

Der Flächeninhalt der schraffierten Fläche:

Am einfachsten ist die Berechnung, wenn man um die schraffierte Fläche ein **Rechteck** legt und die Flächeninhalte der 3 markierten Dreiecke D_1, D_2 und D_3 von der Rechteckfläche abzieht (siehe Figur 1).



Figur 1

Für den Flächeninhalt der schraffierten Fläche gilt dann:

$A_{\text{schraff}} = A_{\text{Rechteck}} - D_1 - D_2 - D_3$

- Die Breite und die Höhe des **Rechtecks** sind b = 5,0 cm und h = 1,5 m + 3,0 m = 4,5 m (siehe Figur 1). Damit erhält man:

$A_{\text{Rechteck}} = 5{,}0\,\text{m} \cdot 4{,}5\,\text{m} = \mathbf{22{,}5\ m^2}$

- Die Grundseite g_1 und die Höhe h_1 des **Dreiecks D_1** sind: g_1 = 1,5 m und h_1 = 1,5 m (siehe Figur 2). Damit folgt:

$D_1 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}5\,\text{m} \cdot 1{,}5\,\text{m} = \mathbf{1{,}125\ m^2}$

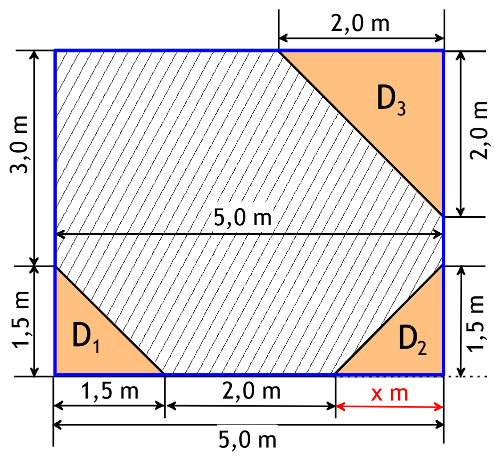
- Die Grundseite g_2 und die Höhe h_2 des **Dreiecks D_2** sind: g_2 = x m und h_2 = 1,5 m (siehe Figur 2).

Mit $x = 5{,}0\,\text{m} - 2{,}0\,\text{m} - 1{,}5\,\text{m} = \mathbf{1{,}5\ m}$ erhält man:

$D_2 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}5\,\text{m} \cdot 1{,}5\,\text{m} = \mathbf{1{,}125\ m^2}$

- Die Grundseite g_3 und die Höhe h_3 des **Dreiecks D_3** sind: g_3 = 2,0 m und h_3 = 2,0 m (siehe Figur 2). Damit folgt:

$D_3 = \frac{1}{2} \cdot 2{,}0\,\text{m} \cdot 2{,}0\,\text{m} = \mathbf{2{,}0\ m^2}$



Figur 2

Tipp: Den Flächeninhalt eines rechtwinkligen Dreiecks kann man sehr leicht berechnen, wenn man die beiden Seiten des rechten Winkels als Grundseite und Höhe betrachtet.

Lösungen zur Prüfung 2023: Pflichtteil A2

Mit $A_{Rechteck} = 22{,}5\,m^2$, $D_1 = 1{,}125\ m^2$, $D_2 = 1{,}125\ m^2$ und $D_3 = 2{,}0\ m^2$ folgt:

$A_{schraff} = 22{,}5\,m^2 - 1{,}125\ m^2 - 1{,}125\ m^2 - 2{,}0\ m^2 = \mathbf{18{,}25\ m^2}$

Ergebnis: Die schraffierte Bodenfläche hat den Flächeninhalt **18,25 m²**.

Alternative Berechnung:

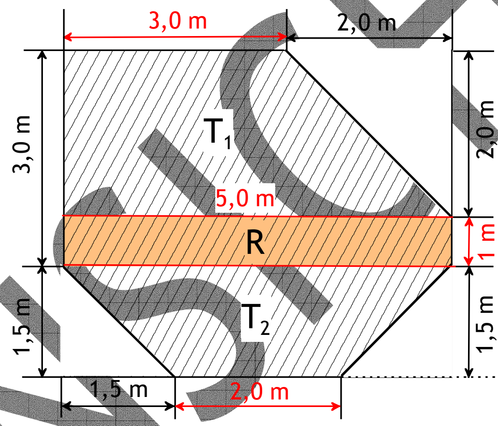
Man kann die schraffierte Fläche auch in zwei Trapeze T_1 und T_2 und ein schmales Rechteck R aufteilen (siehe Figur 3).

Mit der Trapezformel $A_{Trapez} = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$ erhält man dann die Flächeninhalte: $\mathbf{T_1 = 8\ m^2}$ und $\mathbf{T_2 = 5{,}25\ m^2}$.

Das (schmale) Rechteck hat den Flächeninhalt $\mathbf{R = 5\ m^2}$.

Für den Flächeninhalt der schraffierten Fläche folgt dann:

$A_{schraff} = 8\ m^2 + 5\ m^2 + 5{,}25\ m^2 = \mathbf{18{,}25\ m^2}$



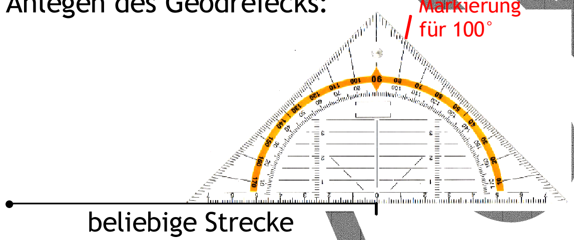
Figur 3

Aufgabe 3:

Die Durchführung der Zeichenanweisungen:

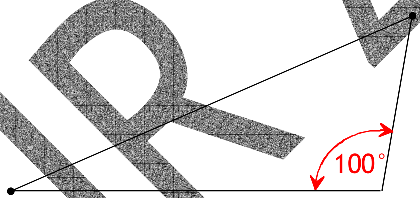
- Ein beliebiges stumpfwinkliges Dreieck zeichnet man, indem man an einen Endpunkt einer beliebigen Strecke einen Winkel zeichnet, der größer als 90° ist; zum Beispiel 100°.

Anlegen des Geodreiecks:



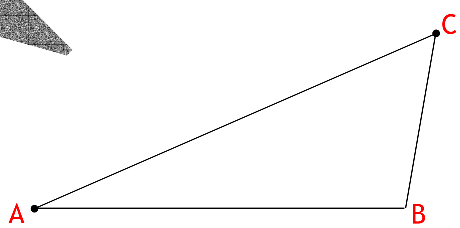
Zeichnen der zweiten Dreiecksseite:

Anschließend verbindet man die Enden der zwei Seiten zu einem Dreieck:



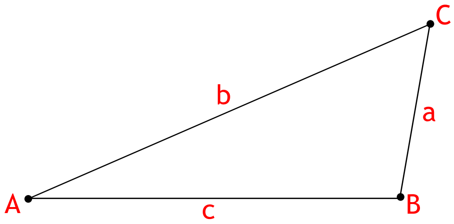
- Beschriften der Eckpunkte und Seiten des Dreiecks:

Beim Beschriften der Eckpunkte mit A, B und C muss man darauf achten, dass die Eckpunkte entgegen dem Uhrzeigersinn beschriftet werden. Welche Ecke man mit A bezeichnet, ist willkürlich.



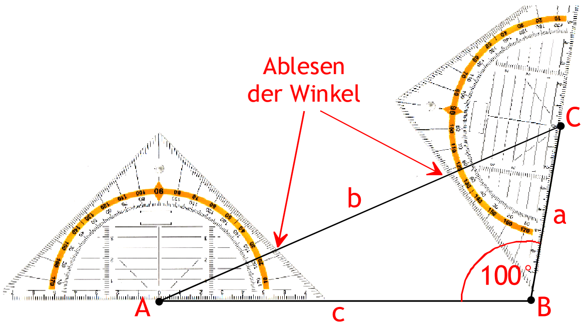
Lösungen zur Prüfung 2023: Pflichtteil A2

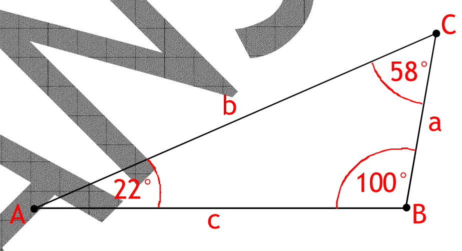
Die Seite a muss dann gegenüber des Eckpunkts A liegen. Entsprechend die Seiten b und c gegenüber den Eckpunkten B bzw. C:



• <u>Zeichnen der Winkelhalbierenden:</u>

Um die Winkelhalbierenden einzeichnen zu können, muss man zuerst noch die beiden anderen Winkel messen. Man erhält in dieser Zeichnung:

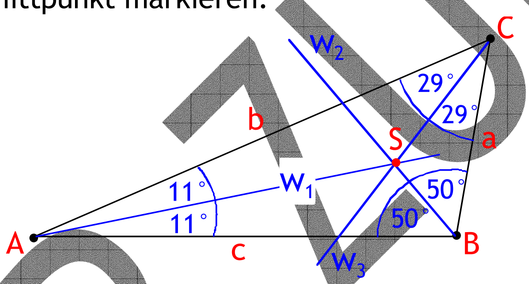




Anschließend teilt man alle Winkel durch 2. In dieser Zeichnung erhält man:

22° : 2 = **11°**, 58° : 2 = **29°** und 100° : 2 = **50°**.

Mit diesen Werten kann man dann die Winkelhalbierenden w_1, w_2 und w_3 einzeichnen und deren Schnittpunkt markieren:



<u>Hinweis:</u>

In jedem beliebigen Dreieck schneiden sich die Winkelhalbierenden immer in einem Punkt.

Aufgabe 4:

<u>Die Art der Zuordnung und die Anzahl der Stunden bei 1 Arbeiter:</u>

Es handelt sich um eine **antiproportionale** Zuordnung. Denn es gilt der Satz:

„***Je mehr*** Arbeiter es gibt, ***um so kürzer*** ist die Arbeitszeit.“

Mit Hilfe einer Zweisatzrechnung kann man die Anzahl der Stunden bei 1 Arbeiter bestimmen:

$$\begin{array}{rlcl} & 2 \text{ Arbeiter} & \hat{=} & 20 \text{ Stunden} \\ :2 \downarrow & & & \downarrow \cdot 2 \\ & \mathbf{1\ Arbeiter} & \hat{=} & \mathbf{40\ Stunden} \end{array}$$

<u>Merke:</u>

Bei einer antiproportionalen Zuordnung muss auf der rechten Seite des Umrechnungsschemas eine umgekehrte Rechenoperation durchgeführt werden. Hier statt „geteilt“ also „mal“.

<u>Ergebnis:</u> 1 Arbeiter müsste **<u>40 Stunden</u>** lang arbeiten.

Lösungen zur Prüfung 2023: Pflichtteil A2

Aufgabe 5:

Die Aussagen im Wahrscheinlichkeitsstreifen:

Aussage A: Beim einmaligen Würfeln **keine** 6 zu würfeln, ist ziemlich **wahrscheinlich**, weil dafür 5 von 6 Augenzahlen (1 bis 5) in Frage kommen.

Aussage B: Am 1. Januar ist immer schulfrei, weil dies ein Feiertag (Neujahrstag) ist. Die Aussage ist also **unmöglich**.

Aussage C: Beim Münzwurf gibt es zwei Ausgänge: entweder Wappen oder Zahl. Also ist die Wahrscheinlichkeit **50 % („fifty-fifty“)**.

Aussage D: Dass ein Tag 24 Stunden hat, ist absolut **sicher**.

Aussage E: Dass in einer beliebigen Schulklasse drei Kinder am gleichen Tag Geburtstag haben, ist zwar möglich aber doch **weniger wahrscheinlich**.

Ergebnis:

0 %		50 %		100 %
unmöglich	weniger wahrscheinlich	fifty-fifty	wahrscheinlich	sicher
B	E	C	A	D

Lösungen zur Prüfung 2023: Wahlteil B - Aufgabe 1

Aufgabe 1a:

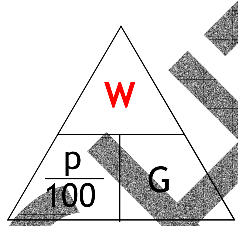
Der Jahreszins für 2002:

Gegeben sind der Grundwert G = 5000 € und der Prozentsatz p % = 4 %. Die Jahreszinsen sind der Prozentwert W.

Einsetzen von G = 5000 € und p = 4 in die Formel $W = \frac{p}{100} \cdot G$ ergibt:

$$W = \frac{4}{100} \cdot 5000\ € = \mathbf{200\ €}$$

Ergebnis: Im Jahr 2002 erhielt Frau Ziegler **200 € Zinsen**.



Das „Formeldreieck“ zur Prozentrechnung

Die Geldanlage im Jahr 2022 für 200 €:

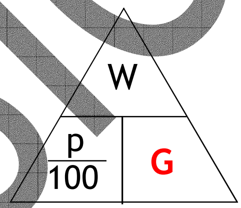
Jetzt beträgt der Zinssatz p % = 0,6 %. Der Prozentwert sind die Jahreszinsen des Jahres 2002, also W = 200 € (siehe oben). Gesucht ist der Grundwert G. Das ist der Geldbetrag, den Frau Ziegler in 2022 anlegen muss, um 200 € Jahreszinsen zu erhalten.

Mit dem Formeldreieck erhält man nun die Formel $G = \frac{W}{p/100}$.

Einsetzen von W = 200 € und p = 0,6 ergibt:

$$G = \frac{200\ €}{0{,}6/100} = \frac{200\ €}{0{,}006} = \mathbf{33\,333{,}33\ €.}$$

Ergebnis: Im Jahr 2022 hätte Frau Ziegler **33333,33 €** anlegen müssen, um 200 € Jahreszinsen zu erhalten.



Das „Formeldreieck“ zur Prozentrechnung

Hinweis: Wenn man im „Formeldreieck“ die gesuchte Größe abdeckt, zeigt das „Formeldreieck“ die Formel zur Berechnung dieser gesuchten Größe an.

Aufgabe 1b:

Die Länge der Seitenkante s:

Mit Lösungsweg 1:

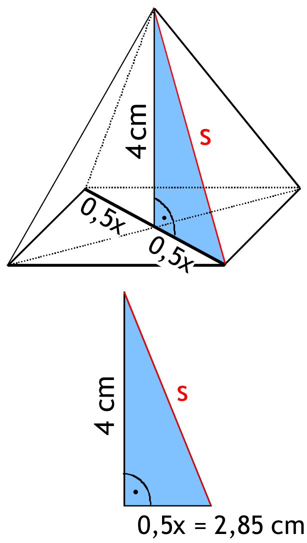
Bei Lösungsweg 1 ist x = 5,7 cm die Diagonale der quadratischen Grundfläche (siehe Figur 1). Die Seitenkante s kann damit im markierten rechtwinkligen Dreieck der Figur 1 mit dem Satz des Pythagoras berechnet werden. Es gilt (siehe Figur 1):

$$s^2 = (0{,}5x)^2 + (4\ cm)^2$$

Mit 0,5x = 2,85 cm erhält man:

$$s^2 = (2{,}85\ cm)^2 + (4\ cm)^2$$
$$\Leftrightarrow\ s^2 = 8{,}1225\ cm^2 + 16\ cm^2$$
$$\Leftrightarrow\ s^2 = 24{,}1225\ cm^2 \quad |\ \sqrt{\ }$$
$$\Rightarrow\ \mathbf{s = 4{,}91\ cm}$$

Ergebnis: Die Seitenkante s hat die Länge **s = 4,91 cm**.



Figur 1

Lösungen zur Prüfung 2023: Wahlteil B - Aufgabe 1

<u>Mit Lösungsweg 2:</u>

Bei Lösungsweg 2 ist x = 4,5 cm die Höhe eines Seitendreiecks der Pyramide. Man beachte, dass die Höhe x die Grundseite (= 4 cm) des Seitendreiecks halbiert.

Die Seitenkante s kann damit im markierten rechtwinkligen Dreieck der Figur 2 mit dem Satz des Pythagoras berechnet werden.

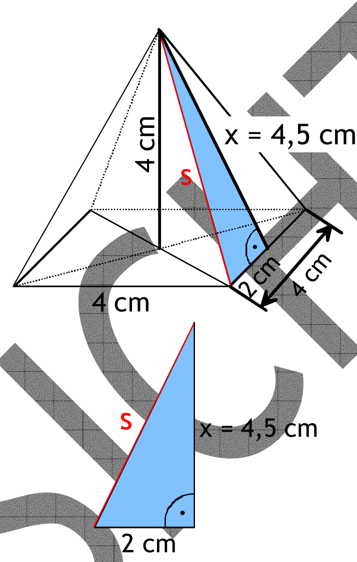
Es gilt (siehe Figur 2):

$s^2 = (2\text{ cm})^2 + (4{,}5\text{ cm})^2$

$\Leftrightarrow \quad s^2 = 4\text{ cm}^2 + 20{,}25\text{ cm}^2$

$\Leftrightarrow \quad s^2 = 24{,}25\text{ cm}^2 \qquad | \sqrt{\ }$

$\Rightarrow \quad \mathbf{s = 4{,}92\text{ cm}}$



Figur 2

<u>Ergebnis:</u> Die Seitenkante s hat die Länge **<u>s = 4,92 cm</u>**.

Hinweis: Die kleine Abweichung zum Ergebnis von Lösungsweg 1 liegt daran, dass die beiden x-Werte gerundet wurden.

Lösungen zur Prüfung 2023: Wahlteil B - Aufgabe 2

Aufgabe 2a:

Die Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten:

Die Zahlenkombination muss folgendermaßen aussehen:

7			

Für die zweite Ziffer von links gibt es 3 Möglichkeiten; nämlich 0, 2 oder 3
Für die nächste Ziffer bleiben dann nur noch 2 Ziffern zur Auswahl übrig.
Und für die letzte Ziffer der Reihe gibt es nur noch 1 Möglichkeit.

Insgesamt gibt es also **$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ Möglichkeiten**.

Ergebnis: Claudia hat noch **6 Kombinationsmöglichkeiten**.

Hinweis: Die 6 Kombinationsmöglichkeiten sind

$\boxed{0, 2, 3}$ $\boxed{0, 3, 2}$ $\boxed{2, 0, 3}$ $\boxed{2, 3, 0}$ $\boxed{3, 0, 2}$ $\boxed{3, 2, 0}$.

Die Wahrscheinlichkeit, beim ersten Versuch die richtige Ziffernreihenfolge zu erwischen:

Jede der 6 Kombinationsmöglichkeiten hat die gleiche Wahrscheinlichkeit. Somit beträgt die Wahrscheinlichkeit, beim ersten Versuch die richtige Ziffernreihenfolge zu erwischen, $\frac{1}{6}$.

Tipp: Man kann sich das entsprechende Zufallsexperiment so vorstellen, dass man in einen Behälter 6 Schilder mit den 6 Kombinationsmöglichkeiten (siehe oben) tut und daraus 1 Schild zieht.

Ergebnis: Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{1}{6} \approx$ **16,67 %**.

Aufgabe 2b:

Ergänzen der Tabelle:

Um die fehlenden Werte der Tabelle zu berechnen, muss man beachten, dass für das jeweilige Lebensmittel gilt: **Anzahl mal Stückpreis = Gesamtpreis**

- Stückpreis der Würstchen (= Preis für 1 Würstchen):

Wenn 100 Würstchen 69,00 € kosten, dann ist der Preis für 1 Würstchen 69,00 € : 100 = **0,69 €.**

- Gesamtpreis der Brötchen:

Wenn 1 Brötchen 0,29 € kostet, dann kosten 100 Brötchen $0{,}29\ € \cdot 100$ = **29 €.**

- Anzahl der Ketchup-Flaschen:

Wenn man für alle Ketchup-Flaschen 7,96 € zahlt und 1 Ketchup-Flasche 1,99 € kostet, dann ist die Anzahl der Ketchup-Flaschen 7,96 € : 1,99 € = **4.**

- Beutel Röstzwiebeln:

Weil man dazu nur 1 Wert hat, kann man zunächst weder den Stückpreis noch den Gesamtpreis der Röstzwiebeln berechnen. Der Preis der Röstzwiebeln ergibt sich erst aus allen anderen Werte (siehe unten, Seite 13).

- Stückpreis eines Saure-Gurkenglases:

Wenn 5 Gurkengläser insgesamt 4,95 € kosten, dann ist der Preis für 1 Gurkenglas 4,95 € : 5 = **0,99 €.**

Lösungen zur Prüfung 2023: Wahlteil B - Aufgabe 2

Mit den berechneten Werten sieht die Tabelle nun so aus:

Lebensmittel	Anzahl	Stückpreis	Gesamtpreis
Würstchen	100	**0,69 €**	69,00 €
Brötchen	100	0,29 €	**29,00 €**
Ketchup-Flasche	4	1,99 €	7,96 €
Röstzwiebeln - Beutel	1	**y**	**x**
Saure Gurkenglas	5	**0,99 €**	4,95 €
		Gesamtkosten:	115,80 €

Mit den Werten der letzten Spalte kann man nun den **Gesamtpreis x** für den Beutel Röstzwiebeln berechnen. Es muss gelten:

$69{,}00\ € + 29{,}00\ € + 7{,}96\ € + \mathbf{x} + 4{,}95\ € = 115{,}80\ €$

$\Leftrightarrow \quad 110{,}91\ € + x = 115{,}80\ € \quad | \ -110{,}91\ €$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x = 4{,}89\ €}$

Weil nur 1 Beutel Röstzwiebeln eingekauft wurde, ist dies auch der Stückpreis y der Röstzwiebeln:
x = y = 4,89 €

Ergebnis: Die komplette Tabelle sieht so aus:

Lebensmittel	Anzahl	Stückpreis	Gesamtpreis
Würstchen	100	**0,69 €**	69,00 €
Brötchen	100	0,29 €	**29,00 €**
Ketchup-Flasche	4	1,99 €	7,96 €
Röstzwiebeln - Beutel	1	**4,89 €**	**4,89 €**
Saure Gurkenglas	5	**0,99 €**	4,95 €
		Gesamtkosten:	115,80 €

Lösungen zur Prüfung 2023: Wahlteil B - Aufgabe 2

<u>Die Geldbeträge für die drei Projekte:</u>

Zunächst muss man den Gewinn des Hotdog-Verkaufs berechnen. Es gilt:
Gewinn = Einnahmen minus Gesamtkosten

Bei 100 verkauften Hotdogs und einem Verkaufspreis von 3 € pro Hotdog sind die Einnahmen:
$100 \cdot 3$ € = 300 €

Bei 115,80 € Gesamtkosten ist der Gewinn somit: 300 € – 115,80 € = 184,20 €

Für die folgenden Berechnungen ist dies der Grundwert **G = 184,20 €.**

- <u>Spende an die Schülerzeitung:</u>

Gegeben sind der Grundwert G = 184,20 € und der Prozentsatz p % = 50 %.
Die Spende ist der gesuchte Prozentwert W.

Einsetzen von G = 184,20 € und p = 50 in die Formel $W = \frac{p}{100} \cdot G$ ergibt:

$W = \frac{50}{100} \cdot 184{,}20\text{ €} = \mathbf{92{,}10\text{ €}}$

Tipp: Wenn man beachtet, dass 50 % immer die Hälfte ist, kann man die Rechnung vereinfachen. Es gilt: 50 % von 184,20 € = 184,20 € : 2 = 92,10 €.

- <u>Spende an Brot für Kinder und an den Förderverein:</u>

Beide Spenden sind gleich groß, nämlich jeweils 25 % von 182,40 €.

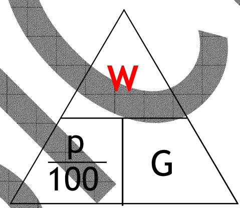
Einsetzen von G = 184,20 € und p = 25 in die Formel $W = \frac{p}{100} \cdot G$ ergibt:

$W = \frac{25}{100} \cdot 184{,}20\text{ €} = \mathbf{46{,}05\text{ €}}$

Tipp: Weil 25 % die Hälfte von 50 % sind und 50 % dem Betrag 92,10 € entspricht, hätte man auch 92,10 € : 2 = 46,05 € rechnen können.

<u>Ergebnis:</u> Die Spenden für die drei Projekte sind:

<u>Schülerzeitung: 92,10 €</u> ; **<u>Brot für Kinder: 46,05 €</u>** ; **<u>Förderverein: 46,05 €</u>**



Das „Formeldreieck“ zur Prozentrechnung

Hinweis: Wenn man im „Formeldreieck“ die gesuchte Größe abdeckt (hier den Prozentwert W), zeigt das „Formeldreieck“ die Formel zur Berechnung dieser gesuchten Größe an.

Lösungen zur Prüfung 2023: Wahlteil B - Aufgabe 3

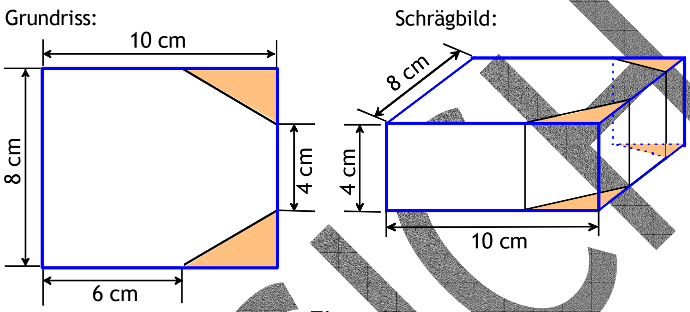
Aufgabe 3a:

Die richtigen Formeln für das Volumen des Körpers:

- Die Formel $V = V_{Quader} - 2 \cdot V_{Dreiecksprisma}$:

Man erhält den Körper, indem man ihn mit einem **Quader** einhüllt und von diesem Quader zwei **Dreiecksprismen** entfernt.
Der einhüllende Quader hat dabei die Maße 10 cm x 4 cm x 8 cm (siehe Figur 1).

Die Formel $V = V_{Quader} - 2 \cdot V_{Dreiecksprisma}$ ist also **richtig**.



Figur 1

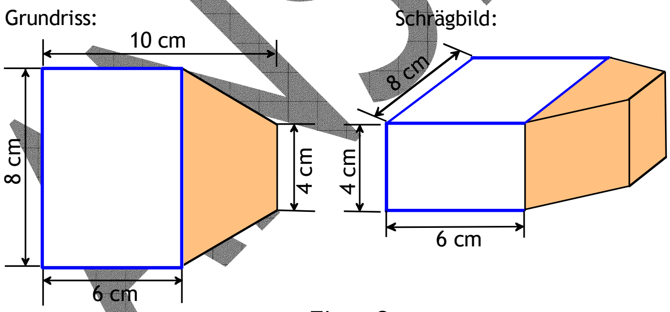
Hinweis: In einem Dreiecksprisma gibt es immer zwei identische Flächen, die parallel zueinander stehen.

- Die Formel $V = V_{Würfel} + V_{Trapezprisma}$:

Man kann den Körper in einen **Quader** und ein **Trapezprisma** aufteilen (siehe Figur 2).

Der **Quader** hat dabei die Maße 6 cm x 4 cm x 8 cm. Das ist kein Würfel.

Die Formel $V = V_{Würfel} + V_{Trapezprisma}$ ist also **falsch**.



Figur 2

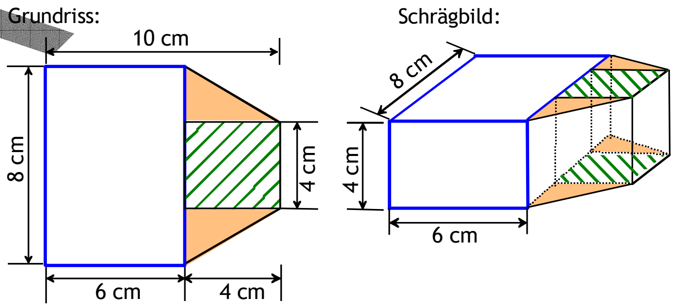
- Die Formel $V = V_{Quader} + V_{Würfel} + 2 \cdot V_{Dreiecksprisma}$:

Wenn man den Körper so aufteilt, wie in Figur 3 dargestellt, erkennt man, dass die Formel **richtig** ist (siehe Figur 3).

Der Grundriss des Würfels ist schraffiert dargestellt. Der **Würfel** hat die Kantenlänge 4 cm.

Der **Quader** hat die Maße 6 cm x 4 cm x 8 cm.

Die Grundrisse der beiden **Dreiecksprismen** sind rot markiert.



Figur 3

- Die Formel $V = V_{Quader} - V_{Trapezprisma}$:

Wenn man den Körper mit einem Quader einhüllt, sind die Lücken 2 Dreiecksprismen (siehe Figur 1), aber kein Trapezprisma. Die Formel $V = V_{Quader} - V_{Trapezprisma}$ ist also **falsch**.

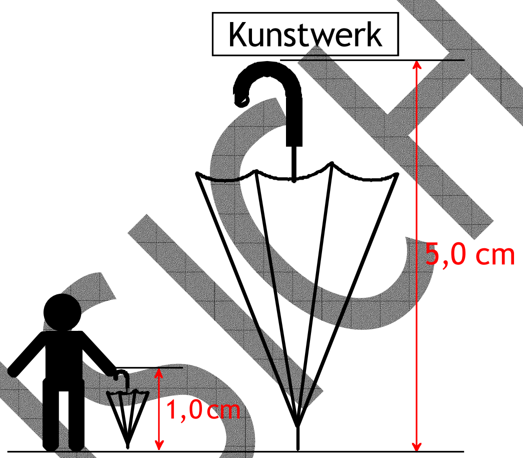
Ergebnis:

Formel	richtig	falsch
$V = V_{Quader} - 2 \cdot V_{Dreiecksprisma}$	X	
$V = V_{Würfel} + V_{Trapezprisma}$		X
$V = V_{Quader} + V_{Würfel} + 2 \cdot V_{Dreiecksprisma}$	X	
$V = V_{Quader} - V_{Trapezprisma}$		X

Lösungen zur Prüfung 2023: Wahlteil B - Aufgabe 3

Aufgabe 3b:

Die Größe der Statue des Mannes:



Man muss anhand der Maße in der Zeichnung bestimmen, um welchen Faktor der Regenschirm im Kunstwerk größer ist als der Regenschirm des Mannes.
Anschließend muss man die Größe des Mannes (1,80 m) um diesen Faktor vergrößern.

In der Zeichnung ist der Schirm des Kunstwerks (= 5,0 cm) um den **Faktor 5** größer als der Schirm des Mannes (= 1,0 cm).
Denn es gilt: $5{,}0 \text{ cm} : 1{,}0 \text{ cm} = \mathbf{5}$

Somit muss auch die Statue des Mannes 5-mal größer sein als der Mann in Wirklichkeit (= 1,80 m).

Man erhält: $5 \cdot 1{,}80 \text{ m} = \mathbf{9{,}0 \text{ m}}$

Ergebnis: Die Statue des Mannes muss **9,0 m** groß sein.

Lösungen zur Prüfung 2023: Wahlteil B - Aufgabe 4

Aufgabe 4a:

Die Dauer, wann sich Hendrik in einer Tiefe von 12 m aufhält:

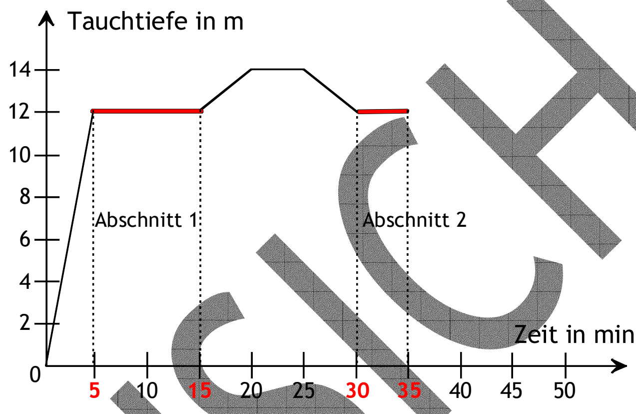
Die gesuchte Tauchdauer kann man anhand der waagrechten Abschnitte im Schaubild bestimmen, die zur Tauchtiefe 12 m gehören (siehe Figur 1).

Aus den Anfangs- und Endwerten dieser Abschnitte auf der Zeitachse kann die gesuchte Tauchdauer bestimmt werden.

Dauer des Abschnitts 1: 15 min – 5 min = **10 min**

Dauer des Abschnitts 2: 35 min – 30 min = **5 min**

Insgesamt sind das 10 min + 5 min = **15 min**.

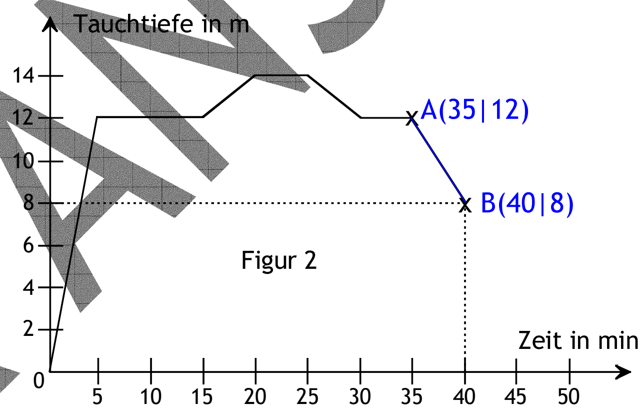


Figur 1

Ergebnis: Hendrik befindet sich insgesamt **15 min** lang in einer Tauchtiefe von 12 m.

Die Ergänzung des Diagramms:

Zu jedem beschriebenen Sachverhalt muss man den neuen Endpunkt des Schaubilds bestimmen und mit dem bisherigen Endpunkt verbinden. Der Endpunkt des vorgegebenen Schaubilds ist A(35|12) (siehe Figur 2).



Figur 2

Erster Sachverhalt:

„Er steigt in 5 min gleichmäßig um 4 Meter auf."

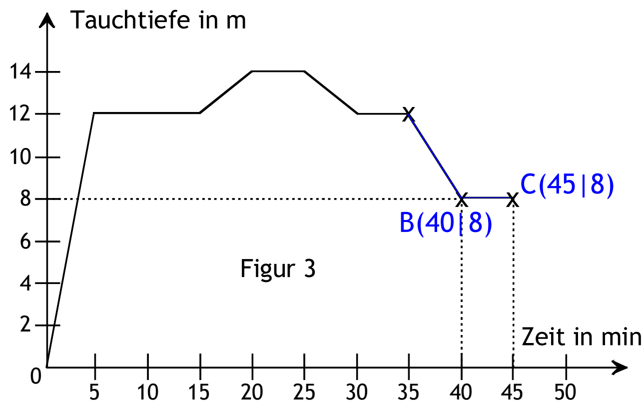
Das heißt, dass sich Hendrik nach 40 min (= 35 + 5) in der Tiefe 12 m – 4 m = 8 m befindet. Das ist der Punkt **B(40|8)** im Schaubild (siehe Figur 2).

Zweiter Sachverhalt:

„In dieser Tiefe bleibt er 5 min."

Das bedeutet, dass man eine waagrechte Linie an das Schaubild anfügen muss (siehe Figur 3).

Der neue Endpunkt ist **C(45|8)** mit 45 = 40 + 5.



Figur 3

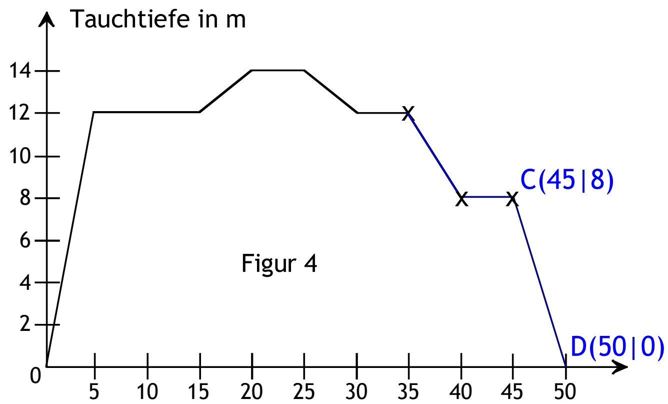
Dritter Sachverhalt:

„Nach weiteren 5 min ist er an der Wasseroberfläche."

Wenn Hendrik an der Wasseroberfläche ist, muss der neue Endpunkt D nach weiteren 5 min. auf der Zeitachse des Schaubilds liegen (Tauchtiefe = 0 m).

Der neue Zeitpunkt ist 45 min + 5 min = 50 min.

Der neue Endpunkt hat also die Koordinaten **D(50|0)** (siehe Figur 4).



Figur 4

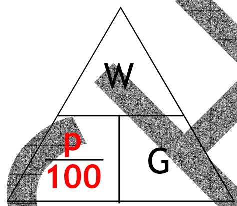
Lösungen zur Prüfung 2023: Wahlteil B - Aufgabe 4

Aufgabe 4b:

Der prozentuale Anstieg des Heizölpreises von 2020 bis 2022:

Der Heizölpreis (pro Liter) im Jahr 2020 ist der Grundwert **G = 49,9 ct.**

Der ***Preisanstieg*** zwischen 2022 und 2002 ist der Prozentwert W.
Mit dem Heizölpreis 116,8 ct im Jahr 2022 erhält man also:
W = 116,8 ct – 49,9 ct = **66,9 ct**.



Das „Formeldreieck" zur Prozentrechnung

Hinweis: Wenn man im „Formeldreieck" die gesuchte Größe abdeckt (hier p/100), zeigt das „Formeldreieck" die Formel zur Berechnung dieser gesuchten Größe an.

Hinweis: Man beachte, dass nicht der Endwert 116,8 ct, sondern die *Differenz* zwischen Endwert und Ausgangswert der Prozentwert W ist.

Gesucht ist der Prozentsatz p % bzw. die Prozentzahl p.

Einsetzen von G = 49,9 ct und W = 66,9 ct in die Formel $\frac{p}{100} = \frac{W}{G}$

ergibt: $\frac{p}{100} = \frac{66{,}9\,\text{ct}}{49{,}9\,\text{ct}}$

$\Leftrightarrow \quad \frac{p}{100} = 1{,}341 \quad | \cdot 100$

$\Leftrightarrow \quad p = 134{,}1$ bzw. **p % = 134,1 %**

Ergebnis: Der Heizölpreis ist zwischen 2002 und 2022 um **134,1 %** angestiegen.

Der Heizölpreis im Vergleich zum Monatsanfang:

Argumentative Lösung:

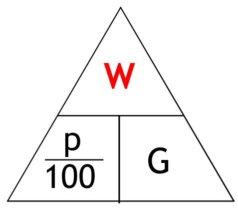
Wenn der Preis um 5 % angehoben wird, ist der neue Preis größer als der ursprüngliche Preis. Die Preissenkung um 5 % bezieht sich dann aber auf den neuen, höheren Preis (= neuer Grundwert). Also muss die Preissenkung am Monatsende größer sein als die Preiserhöhung am Monatsanfang.
Somit muss der Preis am Monatsende kleiner sein als der Preis am Monatsanfang.

Ergebnis:

☒ billiger ☐ gleich ☐ teurer

Rechnerische Lösung:

Wenn man den Heizölpreis nach der Preissenkung am Monatsende mit dem ursprünglichen Preis rechnerisch vergleichen will, muss man sich einen Preis am Monatsanfang ausdenken. Zum Beispiel **100 ct** pro Liter. 5 % von 100 ct sind dann 5 ct. Der erhöhte Preis beträgt somit 105 ct pro Liter. Das ist der neue Grundwert G = 105 ct *vor* der Preissenkung am Monatsende um 5 %. Die Höhe der Preissenkung ist der neue Prozentwert W.



Das „Formeldreieck" zur Prozentrechnung

Hinweis: Wenn man im „Formeldreieck" die gesuchte Größe abdeckt (hier W), zeigt das „Formeldreieck" die Formel zur Berechnung dieser gesuchten Größe an.

Einsetzen von G = 105 ct und p = 5 in die Formel $W = \frac{p}{100} \cdot G$ ergibt:

$W = \frac{5}{100} \cdot 105\,\text{ct} = 5{,}25\,\text{ct}$

Wenn man 5,25 ct von 105 ct abzieht, erhält man den Preis nach der Preissenkung am Monatsende: 105 ct – 5,25 ct = **99,75 ct** < 100 ct

Ergebnis:

Der Preis am Monatsende ist also **billiger** als am Monatsanfang (siehe oben).