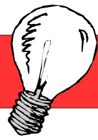
Inhalt der Lösungen zur Prüfung 2020:



Lösungen zur Prüfung 2020: Pflichtbereich

Aufgabe P1:

Lösungsübersicht:

Zunächst sollte man die Hilfslinien $\overline{EG}$ und $\overline{FH}$ eintragen, damit die beiden rechtwinkligen Dreiecke EDG und BFH entstehen (siehe Figur 1).

Der Winkel δ_1 kann dann im Dreieck EDG mit der Tangensfunktion berechnet werden, wenn man die Strecken $\overline{DG}$ und $\overline{EG}$ kennt.

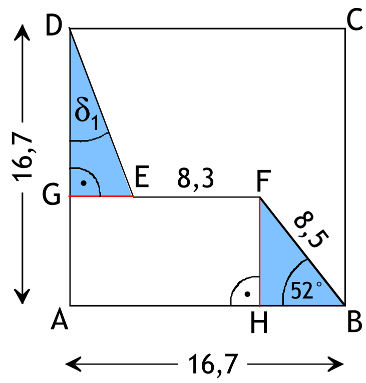
→ Für die Strecke $\overline{DG}$ gilt: $\overline{DG} = \overline{AD} - \overline{AG}$, mit $\overline{AD} = \overline{AB} = 16{,}7\,\text{cm}$ und $\overline{AG} = \overline{FH}$ (siehe Figur 1).
Die Strecke $\overline{FH}$ kann im Dreieck BFH mit der Sinusfunktion berechnet werden (siehe Figur 1).

→ Für die Strecke $\overline{EG}$ gilt: $\overline{EG} = 16{,}7\,\text{cm} - 8{,}3\,\text{cm} - \overline{BH}$ (siehe Figur 1). Die Strecke $\overline{BH}$ kann im Dreieck BFH mit der Kosinusfunktion berechnet werden.

Tipp: *Wenn Sie überhaupt keinen Lösungsansatz erkennen, sollten Sie zuerst in den Dreiecken EDG und BFH alle fehlenden Strecken berechnen. Wichtig ist auch zu erkennen, dass $\overline{AD} = \overline{AB} = 16{,}7\text{ cm}$ gilt, weil ABCD laut Aufgabenstellung ein Quadrat ist.*

Berechnung des Winkels δ_1:

Zunächst sollte man alle angegebenen Längen, den Winkel $\beta_1 = 52^\circ$ und die Hilfslinien $\overline{EG}$ und $\overline{FH}$ in die Zeichnung eintragen, damit die beiden rechtwinkligen Dreiecke EDG und BFH entstehen (siehe Figur 1).



Figur 1

Für den Winkel δ_1 gilt dann im Dreieck EDG: $\tan\delta_1 = \dfrac{\overline{EG}}{\overline{DG}}$

→ Berechnung der Strecke $\overline{DG}$:

Für die Strecke $\overline{DG}$ gilt (siehe Figur 1):

$\overline{DG} = 16{,}7 - \overline{AG}$, mit $\overline{AG} = \overline{FH}$

Die Strecke $\overline{FH}$ kann im Dreieck BFH mit der Sinusfunktion berechnet werden. Darin gilt (siehe Figur 1):

$$\sin 52^\circ = \frac{\overline{FH}}{8{,}5} \quad | \cdot 8{,}5$$

$\Leftrightarrow 6{,}70 = \overline{FH}$ bzw. $\overline{FH} = 6{,}70\text{ cm}$

Damit gilt auch: $\overline{AG} = 6{,}70\text{ cm}$

Einsetzen in $\overline{DG} = 16{,}7 - \overline{AG}$ ergibt: $\overline{DG} = \underline{10{,}0\text{ cm}}$

→ Berechnung der Strecke $\overline{EG}$:

Für die Strecke $\overline{EG}$ gilt (siehe Figur 1):

$\overline{EG} = 16{,}7 - 8{,}3 - \overline{BH} = 8{,}4 - \overline{BH}$

Die Strecke $\overline{BH}$ kann im Dreieck BFH mit der Kosinusfunktion berechnet werden. Darin gilt:

Lösungen zur Prüfung 2020: Pflichtbereich

$$\cos 52^\circ = \frac{\overline{BH}}{8{,}5} \quad | \cdot 8{,}5$$

$$\Leftrightarrow \; 5{,}23 = \overline{BH} \;\text{ bzw. }\; \overline{BH} = 5{,}23 \text{ cm}$$

Einsetzen in $\overline{EG} = 8{,}4 - \overline{BH}$ ergibt: $\overline{EG} = \underline{3{,}17 \text{ cm}}$

Einsetzen von $\overline{DG} = 10{,}0$ cm und $\overline{EG} = 3{,}17$ cm in $\tan \delta_1 = \frac{\overline{EG}}{\overline{DG}}$ ergibt schließlich:

$$\tan \delta_1 = 0{,}317 \quad | \tan^{-1}$$

$$\Rightarrow \; \boldsymbol{\delta_1 = 17{,}6^\circ}$$

<u>Ergebnis:</u> Der Winkel δ_1 beträgt $\underline{\boldsymbol{\delta_1 = 17{,}6^\circ}}$.

Aufgabe P2:

<u>Lösungsübersicht:</u>

Für den Umfang des Dreiecks ADC gilt: $u = \overline{AD} + \overline{CD} + \overline{AC}$

- Die Strecke $\overline{AD}$ kann im Dreieck ABD mit der Sinusfunktion berechnet werden (siehe Figur 1).
- Für die Strecke $\overline{CD}$ gilt: $\overline{CD} = \overline{BC} - \overline{BD}$. Die Strecke $\overline{BD}$ kann im Dreieck ABD mit der Kosinusfunktion berechnet werden (siehe Figur 1). Um die Strecke $\overline{BC}$ berechnen zu können, muss man noch die Hilfslinie $\overline{BE} = 6{,}7$ cm einzeichnen (siehe Figur 2). Dann kann $\overline{BC}$ im rechtwinkligen Dreieck BEC mit der Kosinusfunktion und mit $\beta_1 = 90^\circ - 57^\circ = 33^\circ$ bestimmt werden (siehe Figur 2).
- Die Strecke $\overline{AC}$ kann schließlich mit den Strecken $\overline{AD}$, $\overline{CD}$ und dem Satz des Pythagoras im Dreieck ADC berechnet werden.

Tipp: *Bevor Sie losrechnen, sollten Sie alle bekannten Strecken und Winkel in die Zeichnung eintragen; insbesondere die Strecke $\overline{BE} = 6{,}7$ cm. Wenn Sie überhaupt keinen Lösungsansatz erkennen, sollten Sie zuerst in den Dreiecken ABD und BEC alle fehlenden Strecken bzw. Winkel berechnen.*

<u>Berechnung des Umfangs u des Dreiecks ADC:</u>

Für den Umfang des Dreiecks ADC gilt: $\boldsymbol{u = \overline{AD} + \overline{CD} + \overline{AC}}$

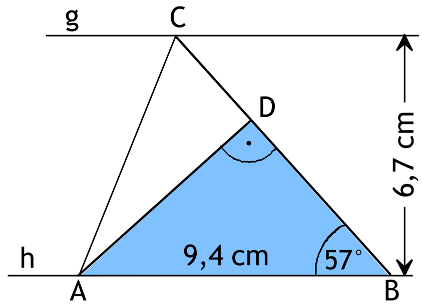
Zunächst sollten alle angegebenen Längen und Winkel in die Zeichnung eingetragen werden.

$\rightarrow$ <u>Berechnung der Strecke $\overline{AD}$:</u>

Die Strecke $\overline{AD}$ kann im Dreieck ABD mit der Sinusfunktion berechnet werden. Darin gilt (siehe Figur 1):

$$\sin 57^\circ = \frac{\overline{AD}}{9{,}4} \quad | \cdot 9{,}4$$

$$\Leftrightarrow 7{,}88 = \overline{AD} \;\text{ bzw. }\; \overline{AD} = \underline{7{,}88 \text{ cm}}$$



Figur 1

Lösungen zur Prüfung 2020: Pflichtbereich

→ <u>Berechnung der Strecke $\overline{CD}$:</u>

Für die Strecke $\overline{CD}$ gilt (siehe Figur 2): $\overline{CD} = \overline{BC} - \overline{BD}$

- Für die Strecke $\overline{BD}$ gilt im Dreieck ABD (siehe Figur 2).

$$\cos 57^\circ = \frac{\overline{BD}}{9{,}4} \quad | \cdot 9{,}4$$

$\Leftrightarrow 5{,}12 = \overline{BD}$ bzw. $\overline{BD} = \underline{5{,}12\text{ cm}}$

- Um die Strecke $\overline{BC}$ berechnen zu können, muss man noch die Hilfslinie $\overline{BE} = d = 6{,}7$ cm einzeichnen (siehe Figur 2).

Mit $\beta_1 = 90^\circ - 57^\circ = 33^\circ$ gilt im Dreieck BEC:

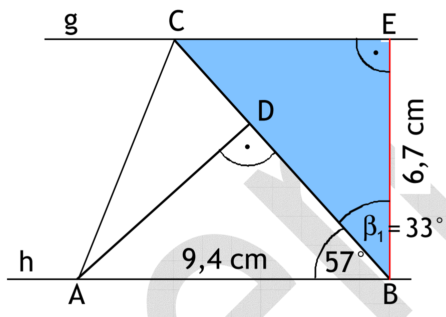
$$\cos 33^\circ = \frac{6{,}7}{\overline{BC}} \quad | \cdot \overline{BC}$$

$\Leftrightarrow \overline{BC} \cdot \cos 33^\circ = 6{,}7 \quad | : \cos 33^\circ$

$\Leftrightarrow \overline{BC} = \underline{7{,}99\text{ cm}}$

Für $\overline{CD} = \overline{BC} - \overline{BD}$ folgt damit:

$\overline{CD} = 7{,}99 - 5{,}12 = \underline{2{,}87\text{ cm}}$



Figur 2

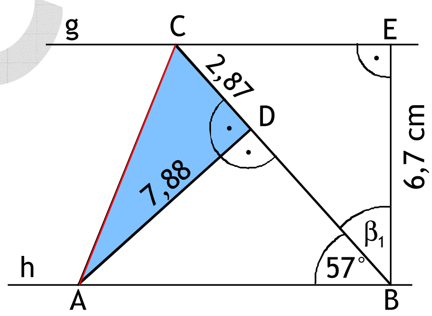
→ <u>Berechnung der Strecke $\overline{AC}$:</u>

Die Strecke $\overline{AC}$ kann nun mit dem Satz des Pythagoras und den Strecken $\overline{AD} = 7{,}88$ cm und $\overline{CD} = 2{,}87$ cm im Dreieck ADC berechnet werden. Es gilt (siehe Figur 3):

$\overline{AC}^2 = 7{,}88^2 + 2{,}87^2$

$\Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 70{,}33 \quad | \sqrt{\ }$

$\Rightarrow \overline{AC} = \underline{8{,}39\text{ cm}}$



Figur 3

Mit $\overline{AD} = 7{,}88$ cm, $\overline{CD} = 2{,}87$ cm und $\overline{AC} = 8{,}39$ cm folgt schließlich für den Umfang u des Dreiecks ADC:

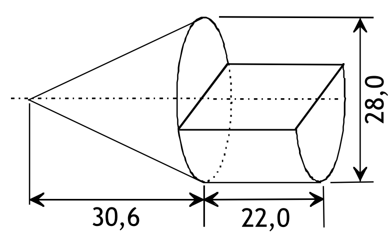
u = 7,88 cm + 2,87 cm + 8,39 cm = **19,14 cm**

<u>Ergebnis:</u> Der Umfang des Dreiecks ADC beträgt **<u>u = 19,14 cm</u>**.

Aufgabe P3:

<u>Berechnung des Oberflächeninhalts des zusammengesetzten Körpers:</u>

Die Oberfläche des zusammengesetzten Körpers besteht aus einem Kegelmantel M_{Kegel}, zwei Halbkreisen, einem Rechteck R und einem halben Zylindermantel M_{Zyl}. Die beiden Halbkreise können zu einem ganzen Kreis K zusammengesetzt werden, weil sie den gleichen Durchmesser d = 28,0 cm haben.
Somit gilt für den Oberflächeninhalt:



$$\mathbf{O_{zus} = M_{Kegel} + K + R + 0{,}5\,M_{Zyl}}$$

Lösungen zur Prüfung 2020: Pflichtbereich

→ Berechnung des Kegelmantels M_{Kegel}:

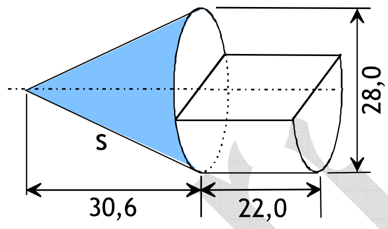
Für einen Kegelmantel gilt die Formel (siehe Formelsammlung):
$M_{Kegel} = \pi \cdot r \cdot s$
Darin ist r der Radius des Grundkreises. Der Zeichnung entnimmt man: $r = 0{,}5 \cdot 28{,}0\text{ cm} = 14{,}0\text{ cm}$
Die Seitenlinie s des Kegels kann in dem markierten Dreieck der Figur 2 mit dem Satz des Pythagoras berechnet werden. Es gilt:
$s^2 = r^2 + h_{Ke}^2$
Mit r = 14,0 cm und der Kegelhöhe $h_{Ke} = 30{,}6$ cm erhält man:

$s^2 = 14{,}0^2 + 30{,}6^2$

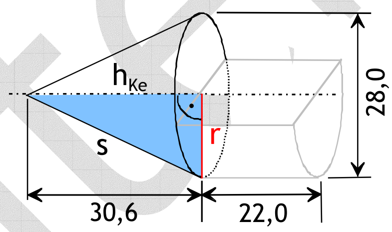
$\Leftrightarrow\ s^2 = 1132{,}36 \quad | \sqrt{\ }$

$\Rightarrow\ s = \underline{33{,}65\text{ cm}}$

Mit r = 14,0 cm und s = 33,65 cm folgt: $\mathbf{M_{Kegel} = 1480{,}0\,cm^2}$



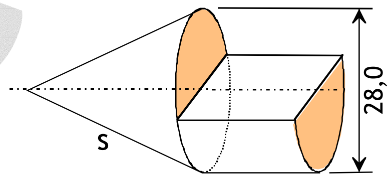
Figur 1



Figur 2

→ Berechnung der zwei Halbkreisflächen:

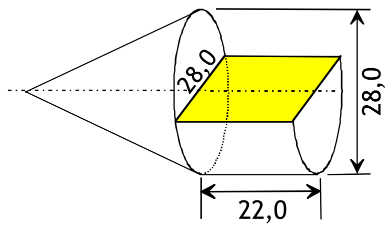
Beide Halbkreise ergeben zusammen einen Kreis K mit dem Durchmesser d = 28,0 cm bzw. Radius r = 14,0 cm (siehe Figur 3).
Für dessen Flächeninhalt gilt: $K = \pi \cdot r^2$
Mit r = 14,0 cm folgt: $\mathbf{K = 615{,}75\ cm^2}$



Figur 3

→ Berechnung der Rechteckfläche R:

Das Rechteck hat die Länge l = 22,0 cm und die Breite b = d = 28,0 cm. Man beachte, dass die Breite b des Rechtecks der Durchmesser d der Kreisfläche K ist (siehe Figur 4).
Damit folgt: $\mathbf{R} = 22{,}0 \cdot 28{,}0 = \mathbf{616{,}0\ cm^2}$



Figur 4

→ Berechnung des Zylindermantels M_{Zyl}:

Für einen Zylindermantel gilt (siehe Formelsammlung):
$M_{Zyl} = \pi \cdot r \cdot h_{Zyl}$
Mit r = 14,0 cm und $h_{Zyl} = 22{,}0$ cm erhält man: $\mathbf{M_{Zyl} = 1935{,}22\ cm^2}$

Einsetzen von $M_{Kegel} = 1480{,}0\,cm^2$, $K = 615{,}75\ cm^2$, $R = 616{,}0\ cm^2$ und $M_{Zyl} = 1935{,}22\ cm^2$ in $O_{zus} = M_{Kegel} + K + R + 0{,}5\,M_{Zyl}$ ergibt:

$$\mathbf{O_{zus} = 1480{,}0\,cm^2 + 615{,}75\,cm^2 + 616\,cm^2 + 0{,}5 \cdot 1935{,}22\,cm^2 = 3679{,}36\ cm^2}$$

Ergebnis: Der Oberflächeninhalt des zusammengesetzten Körpers beträgt $\underline{\mathbf{O_{zus} = 3679{,}36\ cm^2}}$.

Aufgabe P4:

Die Lösungen der Gleichung:

$(2x + 1)^2 - 3(x + 4) = (x - 1)(2x + 1) + 2 \quad |$ erste binomische Formel für die Quadratklammer.

$\Leftrightarrow\ 4x^2 + 4x + 1 - 3x - 12 = 2x^2 + 1x - 2x - 1 + 2$

$\Leftrightarrow\ 4x^2 + 1x - 11 = 2x^2 - 1x + 1 \quad | -2x^2 + 1x - 1$

$\Leftrightarrow\ 2x^2 + 2x - 12 = 0 \quad | :2$

$\Leftrightarrow\ x^2 + 1x - 6 = 0$