Inhalt der Lösungen zur Prüfung 2020:

Teil A_1 und A_2 - Pflichtteil:

Teil B - Wahlteil:

Lösungen zur Prüfung 2020: Pflichtteil A1

Aufgabe 1:

Der passende Term zu Ingos Aussage:

Die gedachte Zahl werde mit der Variablen x bezeichnet.
Dann ist „***das Doppelte der gedachten Zahl***“ der Term „**2x**“.
Wenn man zu diesem Term „***die Zahl 4 addiert***“, erhält man den Term **2x + 4**.
(Hinweis: „addieren“ ist die Rechenoperation „plus“.)

Ergebnis: Der passende Term ist **2x + 4**.

Aufgabe 2:

Zwei verschiedene Zahlen zwischen den beiden Brüchen $\frac{1}{3}$ und $\frac{3}{4}$:

• Lösungsmöglichkeit mit Brüchen:

Zunächst sollte man beide Brüche auf einen gemeinsamen Nenner erweitern, damit man sie besser vergleichen kann. Ein gemeinsamer Nenner von 3 und 4 ist zum Beispiel $3 \cdot 4 = 12$.

Man erhält: $\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot \mathbf{4}}{3 \cdot \mathbf{4}} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{12}}$ und $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot \mathbf{3}}{4 \cdot \mathbf{3}} = \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{12}}$

Entscheidend für die Größe von gleichnamigen Brüchen (also Brüchen mit dem gleichen Nennern) ist der Zähler. Die Zähler der beiden gesuchten Brüche müssen zwischen 4 und 9 liegen.

Zwei Zahlen, die zwischen $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ und $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ liegen, sind also beispielsweise $\frac{5}{12}$ und $\frac{7}{12}$.

Ergebnis: Zwei Zahlen zwischen den Brüchen $\frac{1}{3}$ und $\frac{3}{4}$ sind $\mathbf{\frac{5}{12}}$ **und** $\mathbf{\frac{7}{12}}$.

Weitere mögliche Zahlen sind die Brüche $\frac{6}{12}$ und $\frac{8}{12}$.

• Lösungsmöglichkeit mit Dezimalbrüchen:

Man kann die beiden Brüche $\frac{1}{3}$ und $\frac{3}{4}$ auch als Dezimalbrüche schreiben, um sie miteinander vergleichen zu können. Es ist: $\frac{1}{3} = \mathbf{0{,}3333...}$ und $\frac{3}{4} = \mathbf{0{,}75}$

Mögliche Lösungen wären also die Dezimalbrüche 0,4 ; 0,5 ; 0,6 und 0,7.

(Hinweis: Wenn man noch weitere Dezimalstellen berücksichtigt, erhält man beliebig viele Lösungen für die beiden gesuchten Zahlen.)

Ergebnis: Zwei Zahlen zwischen den Brüchen $\frac{1}{3}$ und $\frac{3}{4}$ sind **0,4 und 0,5**.

Lösungen zur Prüfung 2020: Pflichtteil A1

Aufgabe 3:

Die Kommasetzung im Produkt 154 · 715, damit das Ergebnis zwischen 110 und 120 liegt:

Zuerst muss man das Produkt 154 · 715 schriftlich berechnen. Dazu sollte man die einzelnen Ziffern sauber in die Kästchen eines Karopapiers eintragen:

1	5	4	·	7	1	5	
	1	0	7	8			
+			1	5	4		
+				7	7	0	
		1	2	1			
	1	1	0	1	1	0	

Berechnung der drei Zeilen in Worten:

- Erste Zeile (1078): 7 · 4 = 28, schreibe 8 behalte 2.
7 · 5 = 35, addiere 2 ergibt 37; schreibe 7 behalte 3.
7 · 1 = 7, addiere 3 ergibt 10; schreibe 10.
- Zweite Zeile (154): 1 · 154 = 154.
- Dritte Zeile (770): 5 · 4 = 20, schreibe 0 behalte 2.
5 · 5 = 25, addiere 2 ergibt 27; schreibe 7 behalte 2.
5 · 1 = 5, addiere 2 ergibt 7; schreibe 7.

Das Produkt muss also „110,110“ ergeben, damit es zwischen 110 und 120 liegt. Weil in „110,110“ drei Stellen rechts vom Komma stehen, muss man im Produkt „154 · 715“ die Kommas so setzen, dass auch in „154 · 715“ drei Stellen rechts von den Kommas stehen.

Mögliche Lösungen sind also „**1,54 · 71,5**“ oder „**15,4 · 7,15**“.

Ergebnis: Damit das Ergebnis zwischen 110 und 120 liegt, muss man die Kommas in 154 · 715 folgendermaßen setzen: „**1,54 · 71,5**“ oder „**15,4 · 7,15**“.

Aufgabe 4:

Prozentualer Preisnachlass der Tasche:

	9	0,	0	0
-	6	7,	5	0
		1	1	
	2	2,	5	0

Zunächst muss man den Betrag in € berechnen, um den der Preis der Tasche reduziert wurde. Das ist die Differenz zwischen dem alten Preis (90,00 €) und dem neuen Preis (67,50 €). Man erhält:

90,00 € – 67,50 € = **22,50 €**

Tipp: Man kann die Differenz auch berechnen, indem man zu 67,50 € schrittweise einzelne Beträge bis 90,00 € addiert:

Der Betrag von 67,50 € zu **68,00 €** ist **0,50 €**. Der Betrag von **68,00 €** zu **70,00 €** ist **2,00 €**.
Der Betrag von **70,00 €** zu 90,00 € ist **20,00 €**.
Die drei addierten Beträge ergeben zusammen: 0,50 € + 2,00 € + 20,00 € = **22,50 €**

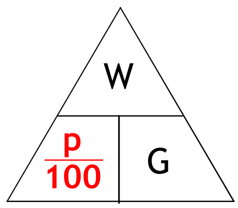
Gefragt ist nun, wie viel Prozent 22,50 € von 90,00 € sind. Dabei ist der alte Preis der Grundwert G = 90,00 €. Der Betrag, um den reduziert wurde, ist der Prozentwert W = 22,50 €.

Mit der Formel $\frac{p}{100} = \frac{W}{G}$ erhält man für die Prozentzahl p:

$$\frac{p}{100} = \frac{22{,}50}{90{,}00} \quad | \cdot 100$$

$$\Leftrightarrow \; p = \frac{22{,}50 \cdot 100}{90} = \frac{2250}{90} = \frac{\mathbf{225}}{\mathbf{9}} = \mathbf{25}$$

(Rechnung zu 225 : 9 = 25 siehe unten)



Das „Formeldreieck“ zur Prozentrechnung

(Hinweis: Mit dem „Formeldreieck“ erhält man die Formel zur Berechnung der gesuchten Größe, indem man die gesuchte Größe einfach abdeckt.)

Lösungen zur Prüfung 2020: Pflichtteil A1

Hinweise zur Rechnung:

1.) Man multipliziert einen Bruch mit einer ganzen Zahl (hier 100), indem man den Zähler des Bruchs mit dieser Zahl multipliziert.

2.) Wenn man eine Dezimalzahl wie 22,50 mit einer 10er-Zahl wie 100 multipliziert, muss man das Komma um so viele Stellen nach rechts verschieben wie die 10er-Zahl Nullen hat. Hier also um 2 Stellen.
Da 22,50 nur 2 Dezimalstellen hat, fällt das Komma dann weg.

3.) In einer Dezimalzahl wie 90,00, die nur Nullen als Dezimalstellen hat, kann man das Komma und die Dezimalstellen auch streichen. Es gilt: 90,00 = 90

	2	2	5	:	9	=	2	5
-	1	8	↓					
		4	5					
	-	4	5					
		0	0					

Den Bruch $\frac{225}{9}$ kann man vereinfachen, indem man ihn vollständig kürzt oder den Quotienten 225 : 9 schriftlich berechnet (siehe rechts).

Man erhält: $\frac{225}{9} = \frac{225:3}{9:3} = \frac{75:3}{3:3} = \frac{25}{1} = 25$

Die gesuchte Prozentzahl ist also **p = 25** bzw. **p % = 25 %.**

<u>**Ergebnis:**</u> Der Preis der Tasche wurde <u>**um 25 %**</u> reduziert.

<u>Hinweis:</u> Man kann den Prozentsatz p % auch mit einem Dreisatz berechnen:

$$90{,}00\,€ \mathrel{\hat=} 100\,\%$$
$$:90 \qquad\qquad :90$$
$$1\,€ \mathrel{\hat=} 100\,\% : 90$$
$$\cdot 22{,}50 \qquad\qquad \cdot 22{,}50$$
$$22{,}50\,€ \mathrel{\hat=} (100\,\% : 90)\cdot 22{,}50$$

Zur *schriftlichen* Berechnung muss man das Ergebnis $(100\,\% : 90)\cdot 22{,}50$ dann aber als Bruch schreiben und umformen:

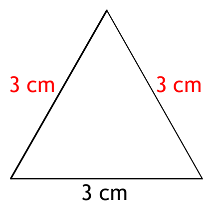
$$(100\,\% : 90)\cdot 22{,}50 = \frac{100\,\%}{90}\cdot 22{,}50 = \frac{100\,\%\cdot 22{,}50}{90} = \frac{2250\,\%}{90} = \frac{225}{9}\,\%$$

Dies ist offensichtlich etwas umständlich. Man sollte den Prozentsatz daher besser mit der Formel berechnen (siehe oben).

Aufgabe 5:

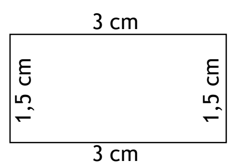
<u>**Ein Viereck, das den gleichen Umfang hat wie das gleichseitige Dreieck:**</u>

In einem gleichseitigen Dreieck sind alle drei Seiten gleich lang. Der Umfang des gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge 3 cm beträgt also $U_D = 3\cdot 3\,\text{cm} = \mathbf{9\ cm}$.



Als Viereck sollte man ein Rechteck wählen. Der Umfang eines Rechtecks mit den Seiten a und b ist u = 2a + 2b. Die Seitenlänge a muss nun so gewählt werden, dass 2a < 9 cm ist. Sonst bleibt für die Seite b nichts übrig. Zum Beispiel **a = 3 cm.**

Der Umfang des Rechtecks wäre dann $u = 2\cdot 3\,\text{cm} + 2b = 6\,\text{cm} + 2b$.



Damit das Rechteck ebenfalls den Umfang 9 cm hat (= Umfang des gleichseitigen Dreiecks), muss gelten: 6 cm + 2b = 9 cm
Daraus folgt: 2b = 3 cm bzw. **b = 1,5 cm.**

<u>**Ergebnis:**</u>
Ein Viereck mit dem gleichen Umfang wie das gleichseitige Dreieck ist ein Rechteck mit den Seitenlängen <u>**a = 3 cm und b = 1,5 cm**</u>.

(Weitere mögliche Lösungen sind a = 4 cm; b = 0,5 cm oder a = 2 cm; b = 2,5 cm.)

Lösungen zur Prüfung 2020: Pflichtteil A1

Aufgabe 6:

Das Volumen des Körpers:

Zuerst sollte man den Körpern in 3 Einzelteile unterteilen (siehe Figur 1). Man erhält so einen oberen Quader mit den Kantenlängen 1 cm; 5 cm und 5 cm und zwei seitliche Quader jeweils mit den Kantenlängen 1 cm; 4 cm und 5 cm.

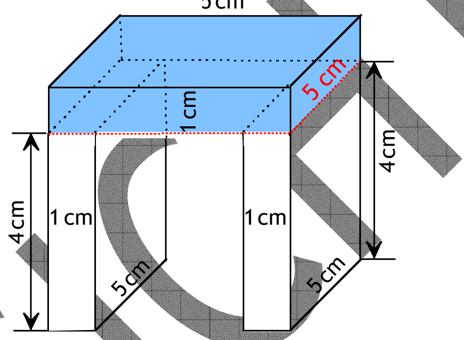
Mit der Formel $V_Q = a \cdot b \cdot c$ erhält man jeweils:

Volumen des oberen Quaders $V_O = 1\,\text{cm} \cdot 5\,\text{cm} \cdot 5\,\text{cm} = \mathbf{25\,cm^3}$

Volumen eines seitlichen Quaders $V_S = 1\,\text{cm} \cdot 4\,\text{cm} \cdot 5\,\text{cm} = \mathbf{20\,cm^3}$

Das Volumen des gesamten Körpers ist somit:

$V_K = 25\,\text{cm}^3 + 20\,\text{cm}^3 + 20\,\text{cm}^3 = \mathbf{65\,cm^3}$



Figur 1

Ergebnis: Der Körper hat das Volumen **65 cm³**.

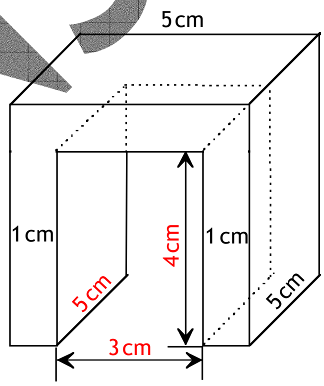
Alternative Berechnung:

Man erhält den Körper, indem man aus einem Würfel mit der Kantenlänge 5 cm einen Quader mit den Kantenlängen 3 cm; 5 cm und 4 cm herausschneidet (siehe Figur 2).

Das Volumen des Körpers ist dann die Differenz zwischen dem Würfelvolumen und dem Quadervolumen:

$V_K = 5\,\text{cm} \cdot 5\,\text{cm} \cdot 5\,\text{cm} - 3\,\text{cm} \cdot 5\,\text{cm} \cdot 4\,\text{cm}$

$\quad = 125\,\text{cm}^3 - 60\,\text{cm}^3 = \mathbf{65\,cm^3}$



Figur 2

Aufgabe 7:

Die Klasse mit der größeren relativen Häufigkeit der Hundebesitzer:

Die relative Häufigkeit ist jeweils der Quotient aus der Anzahl der Schüler mit Hund und der Gesamtzahl der Schüler. Es gilt:

$$\text{Relative Häufigkeit einer Klasse} = \frac{\text{Schüler mit Hund}}{\text{Gesamtzahl der Schüler}}$$

Für die Klasse 9a erhält man die relative Häufigkeit $\frac{6}{30} = \mathbf{\frac{1}{5}}$.

Für die Klasse 9b erhält man die relative Häufigkeit $\frac{5}{20} = \mathbf{\frac{1}{4}}$.

Um die Brüche miteinander vergleichen zu können, muss man sie auf einen gemeinsamen Nenner erweitern. Ein gemeinsamer Nenner zwischen 5 und 4 ist 20 (= 5·4). Damit folgt:

Klasse 9a: $\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{4}{20}$; Klasse 9b: $\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{5}{20}$ und $\frac{5}{20} > \frac{4}{20}$ (Klasse 9a)

Ergebnis: Der relative Anteil der Schüler mit Hund ist in der **Klasse 9b** größer.

Hinweise:

1.) Zwei gleichnamige Brüche vergleicht man, indem ihre Zähler miteinander vergleicht.

2.) Man kann auch die Brüche $\frac{1}{5}$ und $\frac{1}{4}$ in Dezimalbrüche umwandeln und dann miteinander vergleichen. Es gilt:

$\frac{1}{5} = 0{,}20$ und $\frac{1}{4} = 0{,}25$. Wegen $0{,}25 > 0{,}20$ gilt $\frac{1}{4} > \frac{1}{5}$.

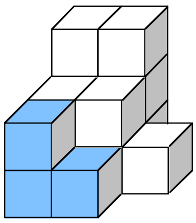
Lösungen zur Prüfung 2020: Pflichtteil A1

Aufgabe 8:

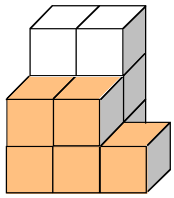
Die Anzahl der Würfel von Tom und Lisa:

Das Abzählen der Würfel wird übersichtlich, wenn man die Figur von vorne nach hinten in Schichten unterteilt und die einzelnen Schichten in Gedanken schrittweise entfernt (siehe Figuren 1 bis 6).

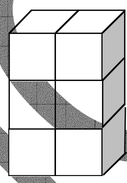
Die Anzahl der Würfel in Toms Gebilde:



Figur 1: vordere Schicht



Figur 2: mittlere Schicht



Figur 3: hintere Schicht

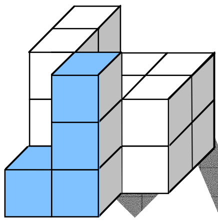
Die vordere Schicht von Toms Gebilde besteht aus **3 Würfeln** (siehe Figur 1).

Wenn man sich die vordere Schicht weg denkt (siehe Figur 2), erkennt man die mittlere Schicht. Sie besteht aus **5 Würfeln**.

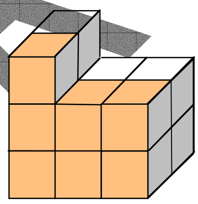
Denkt man sich auch die mittlere Schicht weg, erkennt man die hintere Schicht. Sie besteht aus **6 Würfeln** (siehe Figur 3).

Toms Gebilde besteht also aus insgesamt 3 + 5 + 6 = **14 Würfeln**.

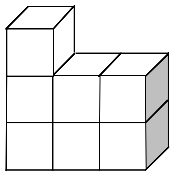
Die Anzahl der Würfel in Lisas Gebilde:



Figur 4: vordere Schicht



Figur 5: mittlere Schicht



Figur 6: hintere Schicht

Die vordere Schicht von Lisas Gebilde besteht aus **4 Würfeln** (siehe Figur 4).

Wenn man sich die vordere Schicht weg denkt (siehe Figur 5), erkennt man die mittlere Schicht. Sie besteht aus **7 Würfeln**.

Denkt man sich auch die mittlere Schicht weg, erkennt man die hintere Schicht. Sie besteht ebenfalls aus **7 Würfeln** (siehe Figur 6).

Lisas Gebilde besteht also aus insgesamt 4 + 7 + 7 = **18 Würfeln**.

Lösungen zur Prüfung 2020: Pflichtteil A1

Aufgabe 9:

Die Anzahl der Boote für die Reisegruppe:

Da sich in jedem der beiden Busse je 48 Personen befinden, besteht die Reisegruppe insgesamt aus $2 \cdot 48$ Personen = 96 Personen.

(Hinweis: Das Produkt $2 \cdot 48$ kann man im Kopf so berechnen: $2 \cdot 48 = 2 \cdot 40 + 2 \cdot 8 = 80 + 16 = 96$.)

Wenn sich 96 Personen auf Boote mit je 12 Sitzplätzen verteilen, braucht man $96 : 12 =$ **8 Boote**.

Falls man nicht gleich auf den Rechenterm „96 : 12“ kommt, kann man sich die Berechnung auch mit einem Dreisatz klarmachen (siehe rechts).

12 Sitzplätze = 1 Boot

$:12$ $:12$

1 Sitzplatz = (1 : 12) Boot

$\cdot 96$ $\cdot 96$

96 Sitzplätze = $(1 : 12) \cdot 96$ Boote

Für den Rechenausdruck $(1 : 12) \cdot 96$ gilt:

$$(1:12) \cdot 96 = \frac{1}{12} \cdot 96 = \frac{96}{12} = 96 : 12$$

Den Quotienten $96 : 12$ kann man berechnen, indem man sich die 12er-Reihe notiert:

$12 \to 24 \to 36 \to 48 \to 60 \to 72 \to 84 \to \mathbf{96} \to 108 \to 120$

Wie man sieht, steht 96 an der 8-ten Stelle. Also ist $8 \cdot 12 = 96$ bzw. $96 : 12 = 8$.

Hinweis:
Man kann den Quotienten 96: 12 auch als Bruch schreiben und anschließend vollständig kürzen:

$$\frac{96}{12} = \frac{\mathbf{96:2}}{\mathbf{12:2}} = \frac{48}{6} = \frac{\mathbf{48:6}}{\mathbf{6:6}} = \frac{8}{1} = 8$$

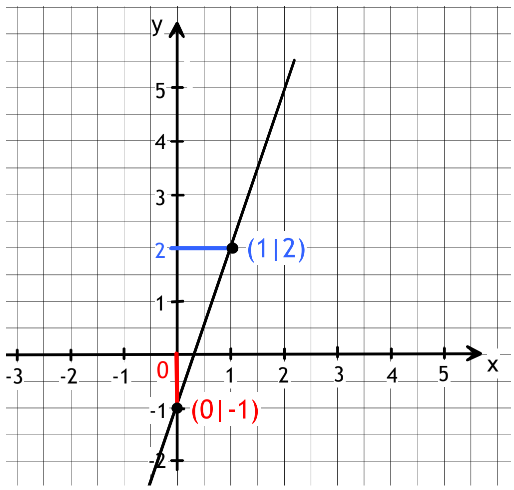
Ergebnis: Es werden mindestens **8 Boote** für die Reisegruppe benötigt.

Aufgabe 10:

Die fehlenden Werte in der Wertetabelle:

• Wenn man den x-Wert eines Wertepaares (x; y) kennt, erhält man den zugehörigen y-Wert folgendermaßen:
Man zeichnet zuerst von der entsprechenden Stelle der x-Achse aus eine Senkrechte und markiert den Schnittpunkt dieser Senkrechten mit dem Schaubild.
Die y-Koordinate des Schnittpunkts ist der gesuchte y-Wert.
Zum x-Wert **x = 0** gehört also **y = –1** (siehe Figur 1).

• Wenn man den y-Wert eines Wertepaares (x; y) kennt, erhält man den zugehörigen x-Wert folgendermaßen:
Man zeichnet zuerst von der entsprechenden Stelle der y-Achse aus eine Waagrechte und markiert den Schnittpunkt dieser Waagrechten mit dem Schaubild.
Die x-Koordinate des Schnittpunkts ist der gesuchte y-Wert.
Zum y-Wert **y = 2** gehört also **x = 1** (siehe Figur 1).



Figur 1

Ergebnis:

x	-2	0	**1**	3
y	-7	**-1**	2	8

Lösungen zur Prüfung 2020: Pflichtteil A2

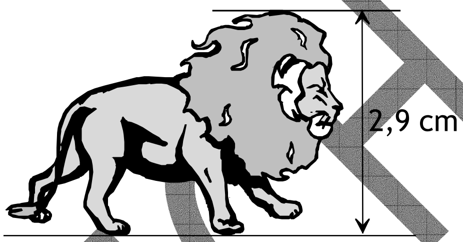
Aufgabe 1:

Die Höhe des Löwen in Wirklichkeit:

In der Zeichnung beträgt die Höhe des Löwen **2,9 cm**.

Der Maßstab 1 : 40 bedeutet, dass 1 cm in der Zeichnung der Strecke 40 cm in Wirklichkeit entspricht.

Die Höhe des Löwen beträgt in Wirklichkeit also
$40 \cdot 2{,}9$ cm = **116 cm**.



Ergebnis: Der Löwe ist in Wirklichkeit **116 cm** hoch.

Aufgabe 2:

Das Geschäft, in dem Tim weniger bezahlen muss:

Man muss die Preise in beiden Geschäften berechnen und dann miteinander vergleichen.

Preis in Geschäft A:

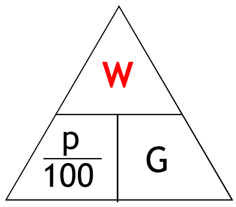
Ohne Rabatt beträgt der Preis für alle Teile der Fußballbekleidung 80 € + 40 € + 20 € = 140 €.

Davon muss man 25 % Rabatt abziehen. Also ist die Prozentzahl p = 25.
Der Preis 140 € ist der Grundwert G. Gesucht ist der Prozentwert W.

Mit der Formel $W = \frac{p}{100} \cdot G$ erhält man: $W = \frac{25}{100} \cdot 140\text{ €} = 35\text{ €}$

Diesen Betrag muss man schließlich noch von 140 € abziehen:
140 € – 35 € = **105 €**

Das ist der Preis für die Fußballbekleidung in Geschäft A.



Das „Formeldreieck" zur Prozentrechnung

(Hinweis: Mit dem „Formeldreieck" erhält man die Formel zur Berechnung der gesuchten Größe, indem man die gesuchte Größe einfach abdeckt.)

Preis in Geschäft B:

Die Summe der ausgewiesenen neuen Preise ist: 60 € + 25 € + 15 € = **100 €**
Der Preis für die Fußballbekleidung ist also in Geschäft B günstiger als in Geschäft A.

Ergebnis: Tim sollte in **Geschäft B** einkaufen.

Die prozentuale Ersparnis in Geschäft B gegenüber dem ursprünglichen Preis:

Der ursprüngliche Preis der Fußballbekleidung ist die Summe der durchgestrichenen Preise:
80 € + 40 € + 20 € = 140 €.

Wenn Tim aber nur 100 € bezahlen muss, spart er 40 € (= 140 € – 100 €).

Das ist nun der Prozentwert W = 40 €. Der Grundwert ist der ursprüngliche Preis G = 140 €.

Mit der Formel $\frac{p}{100} = \frac{W}{G}$ bzw. $p = \frac{W}{G} \cdot 100$ erhält man: $p = \frac{40}{140} \cdot 100 = 28{,}6$ bzw. **p % = 28,6 %**

Ergebnis: In Geschäft B hat Tim **28,6 %** gegenüber dem ursprünglichen Preis gespart.

Lösungen zur Prüfung 2020: Pflichtteil A2

Aufgabe 3:

Der Weg, den die ISS in 60 min zurücklegt:

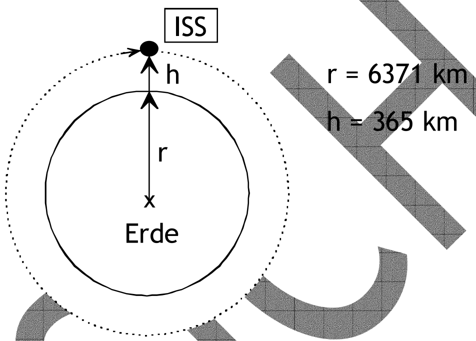
Zuerst muss man berechnen, welche Strecke die ISS bei *einer* Umdrehung zurücklegt.

Die ISS bewegt sich auf einem Kreis mit dem Radius $r^* = r + h$.

Mit r = 6371 km und h = 365 km folgt: **r* = 6736 km**

Mit der Formel $u = 2\pi \cdot r^*$ für den Umfang eines Kreises mit dem Radius r* erhält man:

$u = 2\pi \cdot 6736$ km = **42323,5 km**



Das ist der Weg, den die ISS in 91 min zurücklegt.

Den Weg, den die ISS in 60 min zurücklegt, kann man dann mit einem Dreisatz berechnen:

$$
\begin{array}{lrcll}
:91 & \text{91 min} & = & 42323{,}5 \text{ km} & :91 \\
\cdot 60 & \text{1 min} & = & (42323{,}5 : 91) \text{ km} & \cdot 60 \\
 & \text{60 min} & = & (42323{,}5 : 91) \cdot 60 \text{ km} &
\end{array}
$$

Man erhält mit dem Taschenrechner: $(42323{,}5 : 91) \cdot 60$ km = **27905,6 km**

Ergebnis: Die ISS legt in 60 min den Weg **27905,6 km** zurück.

Aufgabe 4:

Die benötigte Seillänge für die Windkraftanlage:

Die Länge eines Seils kann man mit dem Satz des Pythagoras berechnen (siehe Figur 1). In dem markierten rechwinkligen Dreieck gilt (ohne die Einheit cm):

$s^2 = 490^2 + 1260^2$

$s^2 = 240100 + 1587600$

$s^2 = 1827700 \quad | \sqrt{\ }$

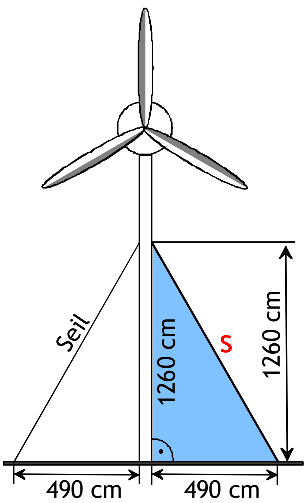
s = **1351,9 cm**

Da man zwei Seile mit der Länge s = 1351,9 m benötigt, ist die Gesamtlänge des Seils:

$s_{ges} = 2 \cdot 1351{,}9$ cm = **2703,8 cm**

Zur Umwandlung in die Einheit Meter (m) muss man 2703,8 noch durch 100 teilen bzw. das Komma um zwei Stellen nach links verschieben:

2703,8 cm = 2703,8 : 100 m = **27,038 m ≈ 27 m**



Figur 1

Ergebnis: Es werden ca. **27 m Seil** benötigt.

Lösungen zur Prüfung 2020: Pflichtteil A2

Aufgabe 5:

Die Anzahl, wie oft die Hände geschüttelt werden:

Zunächst sollte man die Personen mit den Buchstaben A, B, C, D, E und F bezeichnen. Ein möglicher Ablauf der Begrüßung wäre dann:

Person A schüttelt zuerst den Personen B, C, D, E und F die Hand; das sind also **5 Handschläge**.

Weil **Person B** bereits mit der Person A die Hände geschüttelt hat, muss Person B dann nur noch die Personen C, D, E und F mit Handschlag begrüßen; das sind also **4 Handschläge**.

Ganz entsprechend muss dann **Person C** nur noch mit den Personen D, E und F die Hände schütteln; also **3 Handschläge**.

Person D muss anschließend nur noch mit den Personen E und F die Hände schütteln; also **2 Handschläge**.

Schließlich fehlt noch die Begrüßung zwischen der **Person E** und der Person F; also noch **1 Handschlag**.

Insgesamt sind es also 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = **15 Handschläge**.

Ergebnis: Insgesamt werden **15-mal** die Hände geschüttelt.

Alternative Überlegung:

Man kann sich den ganzen Vorgang auch anhand einer Tabelle veranschaulichen (siehe Figur 2). Darin werden die Personen A bis F sowohl in der oberen Zeile als auch in der ersten Spalte der Reihe nach aufgelistet. Das Kästchen ganz oben links bleibt frei. Die Kästchen auf der Diagonalen (grau) dürfen nicht berücksichtigt werden, weil sich eine Person nicht selber die Hand schütteln kann.

Die zwei Kästchen mit dem Haken stehen beispielsweise dafür, dass sich die Personen A und B die Hände schütteln.

Weil man aber nicht unterscheiden kann, ob A mit B oder B mit A die Hand schüttelt, darf man nur die Kästchen auf einer Seite der Diagonalen zählen.

Man erhält so **15 Kästchen** bzw. **15 Begrüßungen** per Handschlag.

	A	B	C	D	E	F
A		✓				
B	✓					
C						
D						
E						
F						

Figur 2

Hinweis:

Der Term zur Berechnung der gesuchten Anzahl der Kästchen ist: $(6 \cdot 6 - 6) : 2$.
In Worten: alle 36 Kästen minus die 6 Kästchen auf der Diagonalen; und schließlich noch 30 durch 2.

Lösungen zur Prüfung 2020: Wahlteil B - Aufgabe 1

Aufgabe 1a:

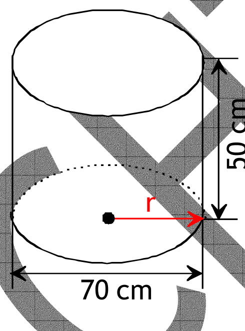
<u>Das Wasservolumen in dem Behälter bei 95 %-iger Befüllung:</u>

Der Wasserbehälter hat die Form eines Zylinders. Das gesamte Volumen des Wasserbehälters kann mit der Formel $\mathbf{V = \pi \cdot r^2 \cdot h}$ berechnet werden.

Der Radius r der kreisförmigen Grundfläche ist $r = 35\,\text{cm}$ (= 70 cm : 2).
Die Höhe h ist h = 50 cm (siehe Figur 3).

Einsetzen von r = 35 cm und h = 50 cm in die Formel $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ ergibt:

$V = \pi \cdot (35\text{ cm})^2 \cdot 50\text{ cm} = \mathbf{192422{,}6\ cm^3}$



Figur 3

95 % von diesem Volumen sind:

$V_{95} = \frac{95}{100} \cdot 192422{,}6\text{ cm}^3 = \mathbf{182801{,}47\ cm^3} \approx \mathbf{182801\ cm^3}$

<u>Hinweis:</u>
Der Prozentwert W ist das Volumen V_{95} bei 95 %-iger Befüllung. Die Prozentzahl p ist p = 95. Der Grundwert G ist das Volumen V des kompletten Behälters. Die benötigte Formel ist $W = \frac{p}{100} \cdot G$ (vgl. Seite 8, Aufgabe 2).

<u>Ergebnis:</u> In dem Behälter befinden sich ca. **<u>182801 cm³</u>**.

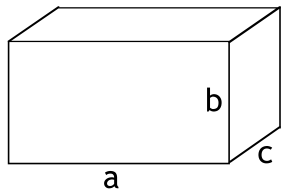
Aufgabe 1b:

<u>Eine Möglichkeit für die Maße des Behälters:</u>

Zunächst sollte man die Einheit „Liter“ in die Einheit „cm³“ umwandeln.

Es gilt: 1 Liter = 1 dm³ = 1000 cm³. Damit sind 210 Liter = 210 000 cm³

Das Volumen V_Q eines Quaders mit den Kantenlängen a, b und c ist
$V_Q = a \cdot b \cdot c$.



Figur 4

Man muss also die Zahl 210 000 in drei Faktoren a, b und c zerlegen, wobei keine Kantenlänge kleiner als 20 cm sein darf.

Drei verschiedene Möglichkeiten wären:

a) $210\,000 = 210 \cdot 1000 = 210 \cdot 20 \cdot 50$

b) $210\,000 = 2100 \cdot 100 = 21 \cdot 100 \cdot 100$

c) $210\,000 = 2100 \cdot 100 = 30 \cdot 70 \cdot 100$

<u>Ergebnis:</u> Mögliche Lösungen sind:

a = 210 cm; b = 20 cm; c = 50 cm oder **a = 21 cm; b = 100 cm; c = 100 cm**
oder **a = 30 cm; b = 70 cm; c = 100 cm.**

<u>Hinweis:</u>
Alle Lösungen erhält man, indem man die Zahl 210 000 zunächst in ein Produkt mit möglichst vielen Faktoren zerlegt: $210\,000 = 3 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$

Anschließend fasst man im Produkt $\mathbf{3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5}$ beliebige Faktoren so zusammen, dass ein Produkt aus 3 Faktoren entsteht, wobei keiner der 3 Faktoren kleiner als 20 sein darf.

Auf diese Weise erhält man zum Beispiel: $(3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 2 \cdot 5) = 210 \cdot 20 \cdot 50$

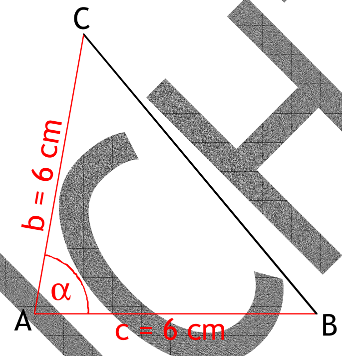
Lösungen zur Prüfung 2020: Wahlteil B - Aufgabe 2

Aufgabe 2a:

<u>Das Dreieck mit den Maßen c = 6 cm; b = 6 cm und α = 80°:</u>

Zunächst sollte man sich eine Skizze des Dreiecks machen (siehe Figur 1).
Man beachte dabei:

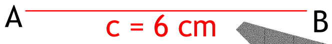
- Die Ecken mit A, B und C müssen entgegen dem Uhrzeigersinn beschriftet werden.
- Die Seite c = 6 cm liegt gegenüber dem Eckpunkt C. Die Seite b = 6 cm liegt gegenüber dem Eckpunkt B.
- Der Winkel α = 80° liegt beim Eckpunkt A.



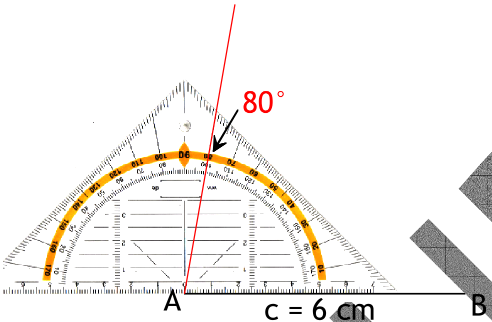
Figur 1

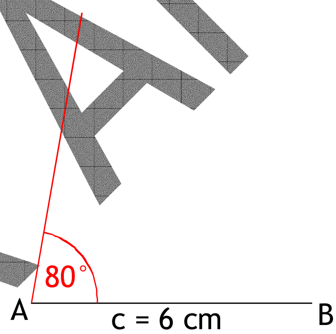
Anhand der Skizze kann man dann einen Konstruktionsplan aufstellen:

1.) Zeichne die Strecke c = 6 cm und beschrifte deren Endpunkte mit A und B.

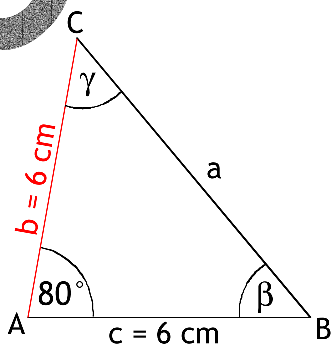


2.) Trage mit dem Geodreieck von A aus den Winkel α = 80° ab.





3.) Messe auf dem eingezeichneten Schenkel die Länge b = 6 cm ab. Der Endpunkt ist der Punkt C. Verbinde dann den Punkt C mit dem Punkt B.



Die Winkel β und γ sind gleich groß, weil das Dreieck ABC gleichschenklig ist mit b = c = 6 cm und der Basis a. Sie können entweder mit dem Geodreieck gemessen oder mit der Summe der Innenwinkel berechnet werden. Mit der Summe der Innenwinkel **80° + β + γ = 180°** und der Beziehung **β = γ** folgt:

$$80° + \gamma + \gamma = 180°$$
$$\Leftrightarrow \quad 80° + 2\gamma = 180° \quad | \ -80°$$
$$\Leftrightarrow \quad 2\gamma = 100° \quad | \ :2$$
$$\Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\gamma = 50°} \text{ und damit auch } \boldsymbol{\beta = 50°}$$

<u>**Ergebnis:**</u> Die Winkel β und γ sind <u>**β = 50°**</u> und <u>**γ = 50°**</u>.

Lösungen zur Prüfung 2020: Wahlteil B - Aufgabe 2

Aufgabe 2b:

Der Flächeninhalt des gezeichneten Dreiecks:

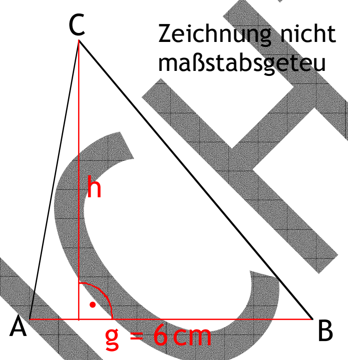
Für den Flächeninhalt eines Dreiecks gilt: $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$, mit der Grundseite g und der Höhe h.

Wenn man die Seite c = 6 cm als Grundseite g betrachtet, muss man vom Punkt C aus die Höhe h senkrecht dazu einzeichnen (siehe Figur 2).
(Wie man dazu das Geodreieck anlegen muss, siehe unten Figur 4.)

Abmessen mit dem Lineal oder dem Geodreieck ergibt: h = 5,9 cm

Einsetzen von g = 6 cm und h = 5,9 cm in die Formel $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$ ergibt:

$$A = \frac{1}{2} \cdot 6\,\text{cm} \cdot 5{,}9\,\text{cm} = \mathbf{17{,}7\ cm^2}$$



Figur 2

Ergebnis: Das Dreieck hat den Flächeninhalt **$A = 17{,}7\ cm^2$**.

Ein Dreieck mit dem gleichen Flächeninhalt (= 17,7 cm²) und c = 10 cm:

- Berechnen der Höhe des neuen Dreiecks:

Indem man $A = 17{,}7\ cm^2$ und c = 10 cm in die Formel $A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_C$ einsetzt, kann man die Höhe h_C des gesuchten Dreiecks berechnen:

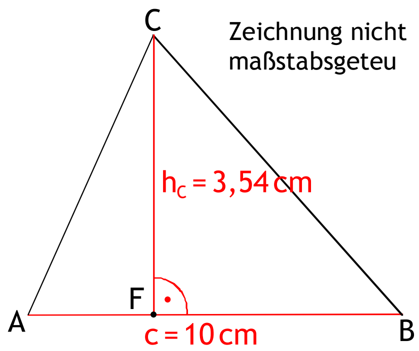
$$17{,}7 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot h_C$$

$$\Leftrightarrow\ 17{,}7 = 5 \cdot h_C \qquad |\ :5$$

$$\Leftrightarrow\ 3{,}54 = h_C \quad \text{bzw.}\ h_C = 3{,}54\ \text{cm}$$

- Zeichnen des neuen Dreiecks:

Zunächst muss man die Seite c = 10 cm zeichnen und deren Enden mit A und B beschriften (siehe Figur 3).

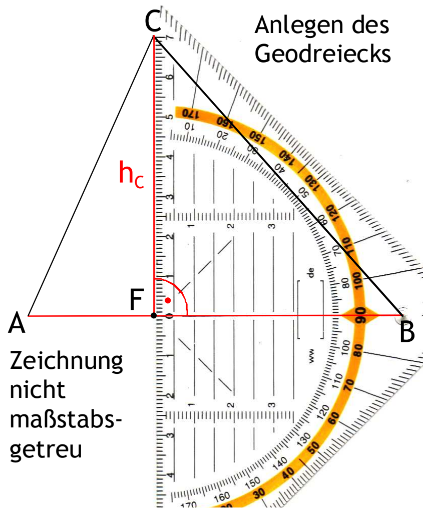


Figur 3

Anschließend zeichnet man eine Senkrechte der Länge h_C = 3,54 cm zur Seite c. Von wo aus man die Höhe h_C = 3,54 cm zeichnet, ist egal. Der Punkt F in Figur 3 kann irgendwo zwischen A und B liegen.

(Hinweis: Weil man eine Strecke mit dem Geodreieck nur schwer auf Zehntelmillimeter genau zeichnen kann, ist h_C = 3,5 cm auch richtig.)

Der Endpunkt der Höhe h_C ist der Punkt C. Indem man C mit den Punkten A und B verbindet, erhält man das gesuchte Dreieck.



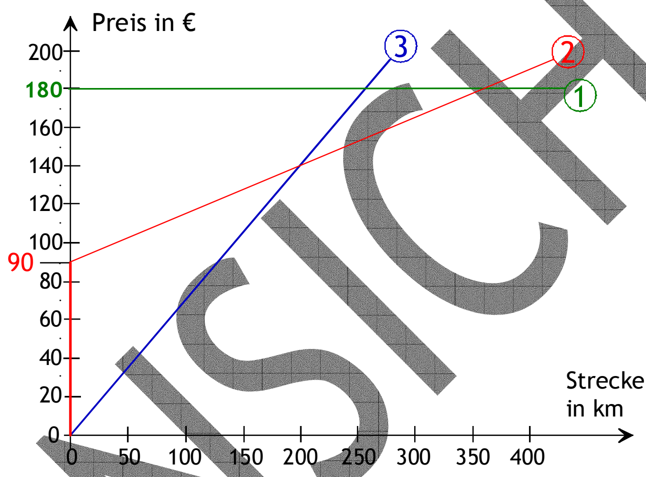
Figur 4

Lösungen zur Prüfung 2020: Wahlteil B - Aufgabe 3

Aufgabe 3a:

Zuordnung der 3 Angebote zu den zugehörigen Graphen:

- Die **Firma Schnell** verlangt einen Grundpreis von **90 €**. Das bedeutet, dass man selbst bei 0 km diesen Betrag bezahlen muss. Der einzige Graph, der diese Eigenschaft erfüllt, ist **Graph ②** (siehe Figur 1).
- Bei der **Firma Flott** hängt der Preis allein von den gefahrenen Kilometern ab. Der zugehörige Graph muss also durch den Ursprung (0|0) gehen und mit zunehmender Kilometerzahl ansteigen. Dies trifft nur auf den **Graphen ③** zu (siehe Figur 1).
- Bei der **Firma Eilig** beträgt der Preis unabhängig von der gefahrenen Strecke immer **180 €**. Der zugehörige Graph muss also eine Waagrechte sein, die durch 180 € auf der y-Achse geht. Dies ist der **Graph ①**.



Figur 1

Ergebnis: Firma Schnell ↔ **Graph ②**; Firma Flott ↔ **Graph ③**; Firma Eilig ↔ **Graph ①**.

Zuordnung der 3 Angebote zu den Wertetabellen:

- In der **Wertetabelle A** bleibt der Preis unabhängig von der Strecke immer gleich - nämlich 180 €. Somit muss der **Graph ①** zur Wertetabelle A gehören.
- Zu welchem Graph die **Wertetabelle B** gehört, kann man ermitteln, indem man im Schaubild abliest, bei welchem Graphen man für **100 km** den Preis **70 €** bezahlen muss (siehe Figur 2). Dies ist nur beim **Graphen ③** der Fall. (Hinweis: Man könnte im Schaubild auch die Preise der Graphen zu 300 km bestimmen und mit der Wertetabelle B vergleichen.)
- Im Schaubild erkennt man, dass man beim **Graphen ②** für **100 km** den Preis **115 €** bezahlen muss (siehe Figur 2). Dies stimmt nur mit den Angaben in **Wertetabelle C** überein.

A:

Strecke	100	200	300
Preis (€)	180	180	180

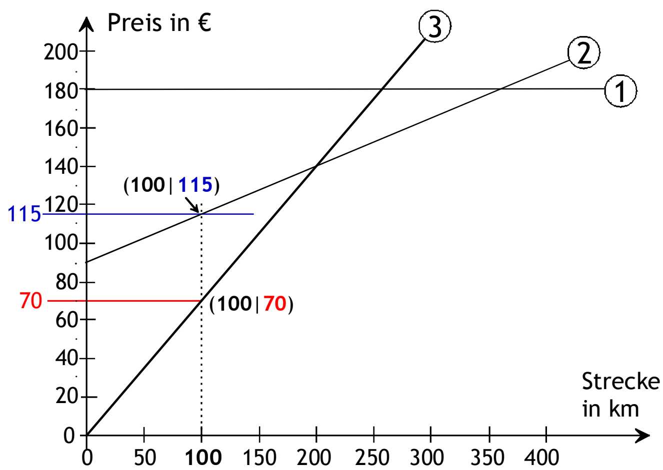
B:

Strecke	**100**	200	300
Preis (€)	**70**	140	210

C:

Strecke	**100**	200	300
Preis (€)	**115**	140	165

alle Strecken in km



Figur 2

Ergebnis:

Wertetabelle A ↔ **Graph ①**;

Wertetabelle B ↔ **Graph ③**;

Wertetabelle C ↔ **Graph ②**.

Lösungen zur Prüfung 2020: Wahlteil B - Aufgabe 3

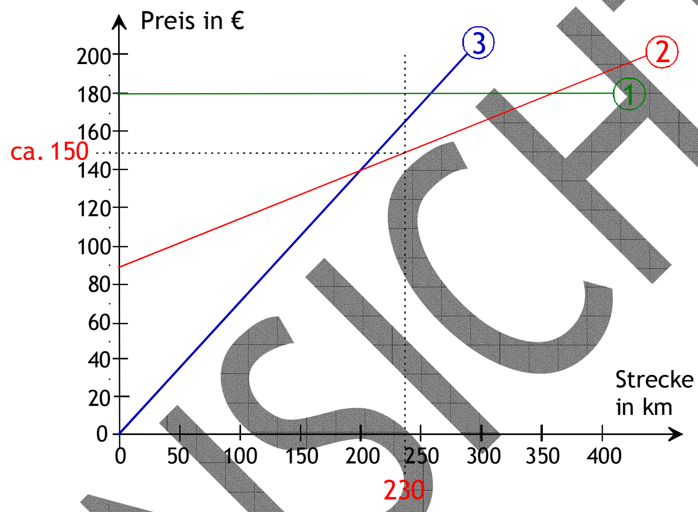
Aufgabe 3b:

Das günstigste Angebot für Klasse 9a:

• Graphische Lösung:

Das günstigste Angebot für eine Strecke von 230 km kann man im Schaubild ablesen, indem man von 230 km aus eine senkrechte Linie nach oben zeichnet (siehe Figur 3).
Derjenige Graph, auf den diese Linie dann zuerst trifft, ist der gesuchte Graph. Man erkennt im Schaubild, dass dies der Graph ② ist.

Wie man bereits in Aufgabe 3a bestimmt hat, gehört das Angebot der **Firma Schnell** zu diesem Graphen.



Figur 3

Hinweis: Der genaue Preis für 230 km ist 147,50 €.

Ergebnis:
Das Angebot der **Firma Schnell** ist für die Klasse 9a am günstigsten.

• Rechnerische Lösung:

Die Preise für 230 km können bei den 3 Angeboten folgendermaßen berechnet werden:

→ Angebot der **Firma Schnell**: Bei einem Preis von 25 Cent = 0,25 € pro gefahrenem Kilometer beträgt der Preis für 230 km: 0,25 €/km · 230 km = 57,50 €
Hinzu kommt aber noch die Grundgebühr in Höhe von 90 €.
Also ist der gesamte Preis bei der Firma Schnell: 57,50 € + 90 € = **147,50 €**

→ Angebot der **Firma Flott**: Bei einem Preis von 0,70 € pro gefahrenem Kilometer beträgt der Preis für 230 km: 0,70 €/km · 230 km = **161,00 €**. (Hinweis: Firma Flott verlangt keine Grundgebühr.)

→ Angebot der **Firma Eilig**: Unabhängig von der gefahrenen Strecke verlangt Firma Eilig immer **180 €**.

Ergebnis: Somit ist die **Firma Schnell** am günstigsten für die Klasse 9a.

Die maximale Strecke, die die Klasse 10b zurücklegen kann:

Da die Klasse 10b nur 80 € ausgeben will, kommt für sie nur das Angebot der **Firma Flott** infrage.
Bei Firma Schnell beträgt schon allein die Grundgebühr 90 €. Und die Firma Eilig verlangt unabhängig von der gefahrenen Strecke einen Preis von 180 €.

Die Strecke, die die Klasse 10b bei dem Angebot der Firma Flott zurücklegen kann, kann man mit einer Dreisatzrechnung ermitteln:

$$
\begin{aligned}
0{,}70\ € &= 1\ \text{km} && \quad :0{,}70 \\
1\ € &= (1:0{,}70)\ \text{km} && \quad \cdot 80 \\
80\ € &= (1:0{,}70)\cdot 80\ \text{km}
\end{aligned}
$$

Mit dem Taschenrechner erhält man: (1 : 0,70) · 80 km = 114,3 km ≈ **114 km.**

Ergebnis: Die Klasse 10b kann **maximal 114 km** zurücklegen.