Inhalt der Lösungen:

1. Algebra

1.1. Gleichungssysteme 2
1.2. Quadratische Gleichungen 6
1.3. Bruchgleichungen 6
1.4. Quadratische und lineare Funktionen 8

2. Stereometrie

2.1. Kegel und Zylinder 11
2.2. Quadratische Pyramide 15
2.3. Mehrseitige Pyramiden 20

3. Trigonometrie

3.1. Dreiecke 29
3.2. Vierecke 33
3.3. Vielecke 36

4. Sachrechnen

4.1. Zinseszins, Ratensparen 39
4.2. Zinsrechnen 43
4.3. Erhöhter und verringerter Grundwert 45
4.4. Prozentrechnen 47

5. Daten erheben 49

6. Wahrscheinlichkeitsrechnung 56

Musterseiten

Lösungen zum Übungsteil: 1. Algebra

1.1. Gleichungssysteme:

a)

(Ia) $2y + 7 = 5x \quad | -5x - 7$

(IIa) $x + y = 7$

(Ib) $-5x + 2y = -7$

(IIb) $x + y = 7 \quad | \cdot 5$

(Ic) $-5x + 2y = -7$

(IIc) $5x + 5y = 35$

(Ic) + (IIc): $7y = 28 \quad | :7$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{y = 4}$

Einsetzen in (IIa): $x + y = 7$ ergibt:

$x + 4 = 7 \quad | -4$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x = 3}$

Somit ist die Lösungsmenge: **IL = { (3 ; 4) }**

b)

(Ia) $4y = 5x - 3 \quad | -5x$

(IIa) $12 - y = 3x \quad | -12 - 3x$

(Ib) $-5x + 4y = -3$

(IIb) $-3x - y = -12 \quad | \cdot 4$

(Ic) $-5x + 4y = -3$

(IIc) $-12x - 4y = -48$

(Ic) + (IIc): $-17x = -51 \quad | :(-17)$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x = 3}$

Einsetzen in (Ia): $4y = 5x - 3$ ergibt:

$4y = 12 \quad | : 4$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{y = 3}$

Somit ist die Lösungsmenge: **IL = { (3 ; 3) }**

c)

(Ia) $y = 4x - 9 \quad | -4x$

(IIa) $6x - 10 = 2y \quad | -2y + 10$

(Ib) $-4x + y = -9 \quad | \cdot 2$

(IIb) $6x - 2y = 10$

(Ic) $-8x + 2y = -18$

(IIc) $6x - 2y = 10$

(Ic) + (IIc): $-2x = -8 \quad | :(-2)$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x = 4}$

Einsetzen in (Ia): $y = 4x - 9$ ergibt: **y = 7**

Somit ist die Lösungsmenge: **IL = { (4 ; 7) }**

d)

(Ia) $2x + 5y = 105$

(IIa) $0{,}5y = x - 1{,}5 \quad | -x$

(Ib) $2x + 5y = 105$

(IIb) $-x + 0{,}5y = -1{,}5 \quad | \cdot 2$

(Ic) $2x + 5y = 105$

(IIc) $-2x + y = -3$

(Ic) + (IIc): $6y = 102 \quad | : 6$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{y = 17}$

Einsetzen in (Ia): $2x + 5y = 105$ ergibt:

$2x + 85 = 105 \quad | -85$

$2x = 20 \quad | : 2$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x = 10}$

Somit ist die Lösungsmenge: **IL = { (10 ; 17) }**

Musterseiten

© Copyright 2011 Mathematik-Verlag, www.matheverlag.com

Lösungen zum Übungsteil: 1. Algebra

e)

(Ia) $10(x + y) = 77 - x - y$

(IIa) $2\,(5x - 1) + y = 20y + 2x$

(Ib) $10x + 10y = 77 - x - y \quad | \; +x + y$

(IIb) $10x - 2 + y = 20y + 2x \quad | \; +2 - 20y - 2x$

(Ic) $11x + 11y = 77 \quad | \; :11$

(IIc) $8x - 19y = 2$

(Id) $x + y = 7 \quad | \; \cdot (-8)$

(IId) $8x - 19y = 2$

(Ie) $-8x - 8y = -56$

(IIe) $8x - 19y = 2$

(Ie) + (IIe): $-27y = -54 \quad | \; :(-27)$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{y = 2}$

Einsetzen in (Id) $x + y = 7$ ergibt:

$x + 2 = 7 \quad | \; -2$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x = 5}$

Somit ist die Lösungsmenge: **IL = { (5 ; 2) }**

f)

(Ia) $4\,(y - 2) - 6\,(x - 1) = 0$

(IIa) $5\,(y + 1) - 6\,(x + 2) = 0$

(Ib) $4y - 8 - 6x + 6 = 0 \quad | \; +8 - 6$

(IIb) $5y + 5 - 6x - 12 = 0 \quad | \; -5 + 12$

(Ic) $-6x + 4y = 2 \quad | \; \cdot (-1)$

(IIc) $-6x + 5y = 7$

(Id) $6x - 4y = -2$

(IId) $-6x + 5y = 7$

(Id) + (IId) ergibt: $\mathbf{y = 5}$

Einsetzen in (Id) $6x - 4y = -2$ ergibt:

$6x - 20 = -2 \quad | \; +20$

$\Leftrightarrow \quad 6x = 18 \quad | \; :6$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x = 3}$

Somit ist die Lösungsmenge: **IL = { (3 ; 5) }**

g)

(Ia) $\frac{3}{2}y - \frac{9}{2} = x \quad | \; \cdot 2$

(IIa) $y = -\frac{5}{3}x - \frac{1}{2} \quad | \; \cdot 6$

(Ib) $3y - 9 = 2x \quad | \; -2x + 9$

(IIb) $6y = -10x - 3 \quad | \; +10x$

(Ic) $-2x + 3y = 9 \quad | \; \cdot 5$

(IIc) $10x + 6y = -3$

(Id) $-10x + 15y = 45$

(IId) $10x + 6y = -3$

(Id) + (IId): $21y = 42 \quad | \; :21$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{y = 2}$

Einsetzen in (Ia) $\frac{3}{2}y - \frac{9}{2} = x$ ergibt:

$3 - \frac{9}{2} = x$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x = -1{,}5}$

Somit ist die Lösungsmenge: **IL = { (–1,5; 2) }**

h)

(Ia) $2x = \frac{7}{2}y + 14 \quad | \; \cdot 2$

(IIa) $7 + \frac{3}{4}y = x \quad | \; \cdot 4$

(Ib) $4x = 7y + 28 \quad | \; -7y$

(IIb) $28 + 3y = 4x \quad | \; -4x - 28$

(Ic) $4x - 7y = 28$

(IIc) $-4x + 3y = -28$

(Ic) + (IIc): $-4y = 0 \quad | \; :(-4)$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{y = 0}$

Einsetzen in (Ia) $2x = \frac{7}{2}y + 14$ ergibt:

$2x = 14 \quad | \; :2$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x = 7}$

Somit ist die Lösungsmenge: **IL = { (7 ; 0) }**

Musterseiten

© Copyright 2011 Mathematik-Verlag, www.matheverlag.com

Lösungen zum Übungsteil: 1. Algebra

i)

(Ia) $\frac{x+y}{4}+\frac{x-1}{6}=2 \quad | \cdot 12$

(IIa) $\frac{2x-3y}{2}-\frac{5y-x}{3}=-1 \quad | \cdot 6$

(Ib) $3(x+y)+2(x-1)=24$

(IIb) $3(2x-3y)-2(5y-x)=-6$

(Ic) $3x+3y+2x-2=24$

(IIc) $6x-9y-10y+2x=-6$

(Id) $5x+3y-2=24 \quad | +2$

(IId) $8x-19y=-6$

(Ie) $5x+3y=26 \quad | \cdot 8$

(IIe) $8x-19y=-6 \quad | \cdot(-5)$

(If) $40x+24y=208$

(IIf) $-40x+95y=30$

(If) + (IIf): $119y=238 \quad | :119$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{y=2}$

Einsetzen in (Ie) $5x+3y=26$ ergibt:

$5x+6=26 \quad | -6$

$\Leftrightarrow \quad 5x=20 \quad | :5$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x=4}$

Somit ist die Lösungsmenge: **IL = { (4 ; 2) }**

j)

(Ia) $\frac{4}{5}x+2y=2 \quad | \cdot 5$

(IIa) $\frac{3}{4}y+1=\frac{1}{20}x \quad | \cdot 20$

(Ib) $4x+10y=10$

(IIb) $15y+20=x \quad | -x-20$

(Ic) $4x+10y=10$

(IIc) $-x+15y=-20 \quad | \cdot 4$

(Id) $4x+10y=10$

(IId) $-4x+60y=-80 \quad | \cdot 4$

(Id) + (IId): $70y=-70 \quad | :70$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{y=-1}$

Einsetzen in (Ib) $4x+10y=10$ ergibt:

$4x-10=10 \quad | +10$

$\Leftrightarrow \quad 4x=20 \quad | :4$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x=5}$

Somit ist die Lösungsmenge: **IL = { (5 ; –1) }**

Musterseiten

© Copyright 2011 Mathematik-Verlag, www.matheverlag.com

Lösungen zum Übungsteil: 1. Algebra

k)

(Ia) $\frac{4x-y}{3} = \frac{5x-2y}{4} \quad | \cdot 12$

(IIa) $\frac{2y-x}{2} - 12 = 14y \quad | \cdot 2$

(Ib) $4\,(4x-y) = 3\,(5x-2y)$

(IIb) $2y - x - 24 = 28y$

(Ic) $16x - 4y = 15x - 6y \quad | -15x + 6y$

(IIc) $2y - x - 24 = 28y \quad | +24 - 28y$

(Id) $x + 2y = 0$

(IId) $-x - 26y = 24$

(Id) + (IId): $-24y = 24 \quad | :(-24)$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{y = -1}$

Einsetzen in (Id) $x + 2y = 0$ ergibt:

$x - 2 = 0 \quad | +2$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x = 2}$

Somit ist die Lösungsmenge: **IL = { (2 ; –1) }**

l)

(Ia) $\frac{1}{2}y - \frac{5}{2}x = -17 \quad | \cdot 2$

(IIa) $y + \frac{11}{12}x = \frac{3}{2} \quad | \cdot 12$

(Ib) $y - 5x = -34 \quad | \cdot(-12)$

(IIb) $12y + 11x = 18$

(Ic) $-12y + 60x = 408$

(IIc) $12y + 11x = 18$

(Ic) + (IIc): $71x = 426 \quad | :71$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x = 6}$

Einsetzen in (Ib) $y - 5x = -34$ ergibt:

$y - 30 = -34 \quad | +30$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{y = -4}$

Somit ist die Lösungsmenge: **IL = { (6 ; –4) }**

Musterseiten

© Copyright 2011 Mathematik-Verlag, www.matheverlag.com

Lösungen zum Übungsteil: 1. Algebra

1.2. Quadratische Gleichungen:

Aufgabe 1:

a) $x_1 = 2,\quad x_2 = -2$ b) $x_1 = 5,\quad x_2 = -5$ c) $x_1 = 4,\quad x_2 = -4$

d) $x_1 = \frac{3}{2},\quad x_2 = -\frac{3}{2}$ e) $x_1 = 8,\quad x_2 = -8$ f) $x_1 = \frac{3}{4},\quad x_2 = -\frac{3}{4}$

g) $x_1 = 0,\quad x_2 = -\frac{3}{5}$ h) $x_1 = 0,\quad x_2 = \frac{4}{3}$ i) $x_1 = 0,\quad x_2 = 1$

Aufgabe 2:

a) $x_1 = -5,\quad x_2 = 1$ b) $x_1 = -1,\quad x_2 = 4$ c) $x_1 = 2,\quad x_2 = -\frac{5}{3}$

d) $x_1 = 3,\quad x_2 = 2$ e) $x_1 = 7,\ x_2 = -3$ f) $x_1 = 6,\quad x_2 = -3$

g) $x_1 = 2,\quad x_2 = -\frac{3}{8}$ h) $x_1 = 1,\quad x_2 = -\frac{1}{4}$ i) $x_1 = 1,\quad x_2 = -17$

1.3. Bruchgleichungen:

a) **HN = 8x, ID = IR \ { 0 }.**

$$\frac{3}{2x}+\frac{4}{x}=\frac{11}{8}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{12}{8x}+\frac{32}{8x}=\frac{11x}{8x} \quad | \cdot 8x$$

$$\Leftrightarrow \quad 12 + 32 = 11x$$

Die Lösung dieser Gleichung ist **x = 4.**

Da $4 \in$ ID ist, ist die Lösungsmenge: **IL = { 4 }**

b) **HN = 15x, ID = IR \ { 0 }.**

$$\frac{2}{5x}-\frac{2}{3}=\frac{1}{x}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{6}{15x}-\frac{10}{15x}=\frac{15}{15x} \quad | \cdot 15x$$

$$\Leftrightarrow \quad 6 - 10x = 15$$

Die Lösung dieser Gleichung ist **x = –0,9.**

Da **–0,9** $\in$ ID ist, ist die Lösungsmenge: **IL = { –0,9 }**

c) **HN = 2x, ID = IR \ { 0 }.**

$$\frac{1-x}{x}+3=\frac{5}{2x}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{2(1-x)}{2x}+\frac{6x}{2x}=\frac{5}{2x} \quad | \cdot 2x$$

$$\Leftrightarrow \quad 2(1 - x) + 6x = 5$$

Die Lösung dieser Gleichung ist **x =** $\frac{3}{4}$ **.**

Da $\frac{3}{4} \in$ ID ist, ist die Lösungsmenge: **IL = {** $\frac{3}{4}$ **}**

d) **HN = 6x, ID = IR \ { 0 }.**

$$2-\frac{x+1}{3x}=\frac{18}{6x}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{12}{6x}-\frac{2(x+1)}{6x}=\frac{18}{6x} \quad | \cdot 18$$

$$\Leftrightarrow \quad 12x - 2(x + 1) = 18$$

Die Lösung dieser Gleichung ist **x = 2.**

Da $2 \in$ ID ist, ist die Lösungsmenge: **IL = { 2 }**

e) **HN = x(x – 1) , ID = IR \ { 0 ; 1 }**

$$\frac{3}{x-1}+\frac{5}{x}=\frac{7}{x-1}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{3x}{x(x-1)}+\frac{5(x-1)}{x(x-1)}=\frac{7x}{x(x-1)} \quad | \cdot HN$$

$$\Leftrightarrow \quad 3x + 5(x - 1) = 7x$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 5$$

Da $5 \in$ ID ist, ist die Lösungsmenge: **IL = { 5 }**

f) **HN = (x + 2) (x – 1), ID = IR \ { –2 ; 1 }**

$$\frac{3}{x+2}-\frac{2x}{x-1}=-2$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{3(x-1)}{(x+2)(x-1)}-\frac{2x(x+2)}{(x+2)(x-1)}=\frac{-2(x+2)(x-1)}{(x+2)(x-1)} \quad | \cdot HN$$

$$\Leftrightarrow \quad 3(x - 1) - 2x(x + 2) = -2(x + 2)\ (x - 1)$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 7$$

Da $7 \in$ ID ist, ist die Lösungsmenge: **IL = { 7 }**

Musterseiten

© Copyright 2011 Mathematik-Verlag, www.matheverlag.com

Lösungen zum Übungsteil: 1. Algebra

g) **HN = 10x(x – 5), ID = IR \ { 0 ; 5 }**

$$\frac{3}{10x}-\frac{1}{x-5}=\frac{1}{2x}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{3(x-5)}{10x(x-5)}-\frac{10x}{10x(x-5)}=\frac{5(x-5)}{10x(x-5)} \quad | \cdot HN$$

$$\Leftrightarrow \quad 3(x-5)-10x=5(x-5)$$

$$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}}$$

Da $\frac{5}{6} \in$ ID ist, ist die Lösungsmenge: **IL = { $\frac{5}{6}$ }**

i) **HN = 2x(x + 3) , ID = IR \ { –3 ; 0 }**

$$\frac{4}{x(x+3)}+\frac{x+2}{2x}=\frac{x-2}{2(x+3)}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{8}{2x(x+3)}+\frac{(x+2)(x+3)}{2x(x+3)}=\frac{x(x-2)}{2x(x+3)} \quad | \cdot HN$$

$$\Leftrightarrow \quad 8+(x+2)(x+3)=x\,(x-2)$$

$$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x=-2}$$

Da –2 ∈ ID ist, ist die Lösungsmenge: **IL = { –2 }**

k) **ID = IR \ { $-\frac{3}{2}$ }.**

Lösung durch Überkreuz-Multiplizieren:

$$\frac{6}{4x+6}=-3$$

$$\Leftrightarrow \quad 6=-3\,(4x+6)$$

$$\Leftrightarrow \quad x=-2$$

Da –2 ∈ ID ist, ist die Lösungsmenge: **IL = { –2 }**

m) **HN = (x – 5)(x + 5), ID = IR \ { –5 ; 5 }**

$$\frac{1}{x-5}-\frac{3}{x+5}=\frac{8}{(x-5)(x+5)}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{x+5}{HN}-\frac{3(x-5)}{HN}=\frac{8}{HN} \quad | \cdot HN$$

$$\Leftrightarrow \quad x+5-3(x-5)=8$$

$$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x=6}$$

Da 6 ∈ ID ist, ist die Lösungsmenge: **IL = { 6 }**

h) **HN = (2x + 3) (x – 1) , ID = IR \ { –1,5 ; 1 }**

$$\frac{1}{2x+3}+\frac{x+1}{x-1}=1$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{x-1}{(2x+3)(x-1)}+\frac{(x+1)(2x+3)}{(2x+3)(x-1)}=\frac{(2x+3)(x-1)}{(2x+3)(x-1)} \quad | \cdot HN$$

$$\Leftrightarrow \quad x-1+(x+1)(2x+3)=(2x+3)\,(x-1)$$

$$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x=-1}$$

Da –1 ∈ ID ist, ist die Lösungsmenge: **IL = { –1 }**

j) **HN = 2x(x + 5) , ID = IR \ { –5 ; 0 }**

$$\frac{3x}{x+5}-3=\frac{6}{2x(x+5)}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{6x^2}{2x(x+5)}-\frac{6x(x+5)}{2x(x+5)}=\frac{6}{2x(x+5)} \quad | \cdot HN$$

$$\Leftrightarrow \quad 6x^2-6x(x+5)=6$$

$$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x=-\frac{1}{5}}$$

Da $-\frac{1}{5} \in$ ID ist, ist die Lösungsmenge: **IL = { $-\frac{1}{5}$ }**

l) **ID = IR \ { –5 ; 2 }.**

Lösung durch Überkreuz-Multiplizieren:

$$\frac{2}{5(x-2)}=\frac{4}{5+x}$$

$$\Leftrightarrow \quad 2(5+x)=20\,(x-2)$$

$$\Leftrightarrow \quad x=\frac{25}{9}$$

Da $\frac{25}{9} \in$ ID ist, ist die Lösungsmenge: **IL = { $\frac{25}{9}$ }**

n) **HN = (2x – 3)(2x – 3), ID = IR \ { 1,5 }**

$$\frac{8}{(2x-3)(2x-3)}+\frac{4x}{2x-3}=2$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{8}{HN}+\frac{4x(2x-3)}{HN}=\frac{2(2x-3)^2}{HN} \quad | \cdot HN$$

$$\Leftrightarrow \quad 8-4x(2x-3)=2(2x-3)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \mathbf{x=\frac{5}{6}}$$

Da $\frac{5}{6} \in$ ID ist, ist die Lösungsmenge: **IL = { $\frac{5}{6}$ }**

Musterseiten

© Copyright 2011 Mathematik-Verlag, www.matheverlag.com

Lösungen zum Übungsteil: 1. Algebra

1.4. Quadratische und lineare Funktionen:

Aufgabe 1:

a) S(2|3) b) S(–5|1) c) S(1|–7)

d) S(0|–4,5) e) S(–2,5|0) f) S(–0,5|0,5)

Aufgabe 2:

a) $y = (x + 2)^2 + 1$; S(–2 | 1)

b) $y = (x - 4)^2 - 13$; S(4 | –13)

c) $y = (x + 1{,}5)^2 - 9{,}25$; S(–1,5 | –9,25)

d) $y = (x + 2{,}5)^2 - 7{,}75$; S(–2,5 | –7,75)

e) $y = (x + 2)^2 + 4$; S(–2 | 4)

f) $y = (x - 5)^2 - 10$; S(5 | –10)

g) $y = (x + 4)^2 - 28$; S(–4 | –28)

h) $y = (x - 2{,}5)^2 - 3{,}25$; S(2,5 | –3,25)

i) $y = (x - 2{,}5)^2 + 5{,}75$; S(2,5 | 5,75)

Aufgabe 3:

a) Schnitt mit der x-Achse: $N_1(-4|0)$, $N_2(1|0)$
Schnitt mit der y-Achse: $S_y(0|-4)$

b) Schnitt mit der x-Achse: $N_1(-2|0)$, $N_2(4|0)$
Schnitt mit der y-Achse: $S_y(0|-8)$

c) Schnitt mit der x-Achse: $N_1(-0{,}5|0)$, $N_2(5|0)$
Schnitt mit der y-Achse: $S_y(0|-5)$

d) Schnitt mit der x-Achse: $N_1(-\frac{1}{3}|0)$, $N_2(7|0)$
Schnitt mit der y-Achse: $S_y(0|-7)$

e) Schnitt mit der x-Achse: $N_1(-2|0)$, $N_2(1{,}5|0)$
Schnitt mit der y-Achse: $S_y(0|-30)$

f) Schnitt mit der x-Achse: keine Schnittpunkte
Schnitt mit der y-Achse: $S_y(0|2)$

Aufgabe 4:

a) $y = (x - \mathbf{2})^2 + \mathbf{5} = x^2 - 4x + 9$

b) $y = (x + \mathbf{1})^2 + \mathbf{3} = x^2 + 2x + 4$

c) $y = (x + \mathbf{6})^2 + \mathbf{0} = x^2 + 12x + 36$

d) $y = (x - \mathbf{0})^2 \mathbf{- 4} = x^2 - 4$

e) $y = (x + \mathbf{2})^2 \mathbf{- \frac{3}{2}} = x^2 + 4x + 2{,}5$

f) $y = (x - \mathbf{\frac{5}{2}})^2 \mathbf{- \frac{3}{4}} = x^2 - 5x + 5{,}5$

Aufgabe 5:

a) Einsetzen von A (3 | 1) in $y = x^2 + px + q$ ergibt: $1 = 9 + 3p + q$ (I)

Einsetzen von B (–2 | 6) in $y = x^2 + px + q$ ergibt: $6 = 4 - 2p + q$ (II)

(I) – (II) ist: $-5 = 5 + 5p \Rightarrow \mathbf{p = -2}$

Einsetzen von p = –2 in Gleichung (I) ergibt: $1 = 9 - 6 + q \Rightarrow \mathbf{q = -2}$

Ergebnis: $\mathbf{y = x^2 - 2x - 2}$

Musterseiten

© Copyright 2011 Mathematik-Verlag, www.matheverlag.com

Lösungen zum Übungsteil: 1. Algebra

b) Einsetzen von A (2 | 8) in $y = x^2 + px + q$ ergibt: $8 = 4 + 2p + q$ (I)

Einsetzen von B (–1 | –7) in $y = x^2 + px + q$ ergibt: $-7 = 1 - p + q$ (II)

(I) – (II) ist: $15 = 3 + 3p \Rightarrow \mathbf{p = 4}$

Einsetzen von p = 4 in Gleichung (I) ergibt: $8 = 4 + 8 + q \Rightarrow \mathbf{q = -4}$

Ergebnis: $y = x^2 + 4x - 4$

c) Einsetzen von A (0 | 5) in $y = x^2 + px + q$ ergibt: $\mathbf{5 = q}$ (I)

Einsetzen von B (6| 5) in $y = x^2 + px + q$ ergibt: $5 = 36 + 6p + q$ (II)

Einsetzen von q = 5 in Gleichung (II) ergibt: $5 = 36 + 6p + 5 \Rightarrow \mathbf{p = -6}$

Ergebnis: $y = x^2 - 6x + 5$

Aufgabe 6:

a) $S_1(5|97)$, $S_2(2|10)$

b) Es gibt nur einen Schnittpunkt: $S(-1|-6)$

c) $S_1(4|19)$, $S_2(-1|-1)$

d) Es gibt nur einen Schnittpunkt: $S(3|27)$

e) $S_1(1|8)$, $S_2(-\frac{4}{5}|\frac{11}{25})$

f) $S_1(3|3{,}5)$, $S_2(1|2{,}5)$

Aufgabe 7:

a) $y = x$

b) $y = \frac{3}{4}x + 8$

c) $y = -2{,}5x + 5$

d) $y = -\frac{1}{2}x - 2{,}5$

e) $y = 5x - 1$

f) $y = -\frac{3}{2}x - 9$

Aufgabe 8:

a) $y = \frac{7}{2}x - 4$

b) $y = \frac{1}{4}x - \frac{9}{4}$

c) $y = -\frac{1}{5}x + 1$

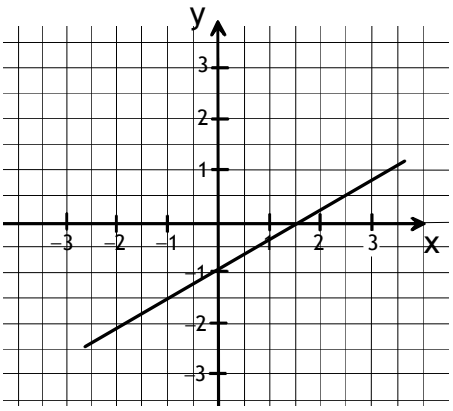
Musterseiten

© Copyright 2011 Mathematik-Verlag, www.matheverlag.com

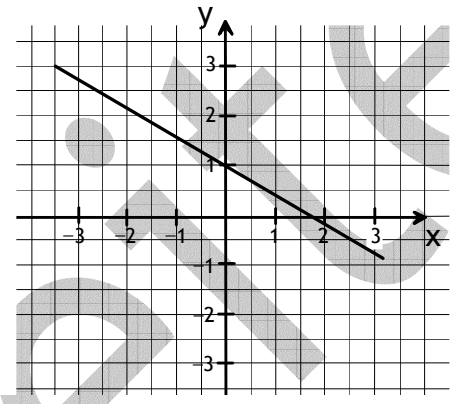
Lösungen zum Übungsteil: 1. Algebra

Aufgabe 9:

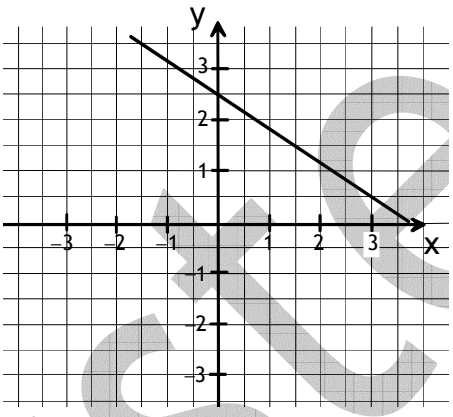
a) Schaubild zu $y = \frac{3}{5}x - 1$:



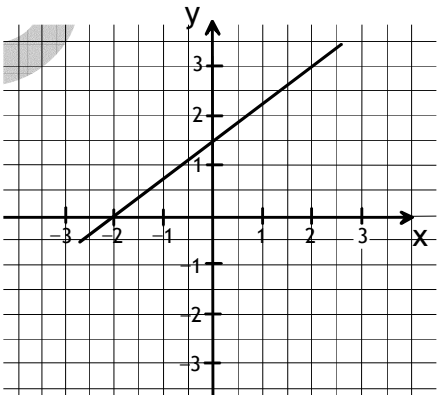
b) Schaubild zu $y = -\frac{4}{7}x + 1$:



c) Schaubild zu $y = -\frac{2}{3}x + 2{,}5$:



d) Schaubild zu $y = 0{,}75x + 1{,}5$:



Musterseiten

© Copyright 2011 Mathematik-Verlag, www.matheverlag.com

Lösungen zum Übungsteil: 2. Stereometrie

2.1. Kegel und Zylinder:

Aufgabe 1:

Radius und Volumen des Kegels:

Mit M = 154 cm^2, s = 11,4 cm und der Formel $M = \pi \cdot r \cdot s$ erhält man: **r = 4,3 cm**

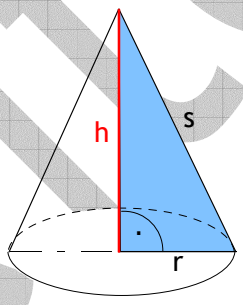
Für das Volumen gilt: $V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$

Die Höhe h berechnet man mit dem Satz des Pythagoras.

Man erhält: $h = \sqrt{s^2 - r^2}$

Und mit s = 11,4 cm und r = 4,3 cm: **h = 10,56 cm**

Damit folgt für das Volumen: **V = 204,47 cm^3**



Radius der Halbkugel:

Es soll gelten: V_{HK} = 204,47 cm^3

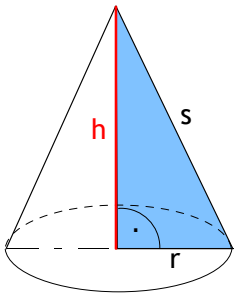
Mit der Formel $V_{HK} = \frac{2}{3}\pi \cdot r_{HK}^3$ erhält man: **r_{HK} = 4,6 cm**

Aufgabe 2:

Mantellinie s:

Mit dem Satz des Pythagoras erhält man: $s = \sqrt{h^2 + r^2}$

Und mit r = 4,8 cm und h = 6,2 cm folgt: **s = 7,84 cm**



Oberfläche O:

Für die Kegeloberfläche gilt: $O = \pi \cdot r \cdot (r + s)$

Mit den obigen Werten folgt: **O = 190,61 cm^2**

Aufgabe 3:

Höhe h des Kegels:

Die Höhe h berechnet man mit den Werten V = 5 Liter = 5000 cm^3, r = 10 cm und der Formel $V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$.

Man erhält: **h = 47,75 cm**

Mantellinie s:

Die Mantellinie s berechnet man mit dem Satz des Pythagoras.

Es gilt: $s = \sqrt{h^2 + r^2}$

Und mit den obigen Werten: **s = 48,8 cm**

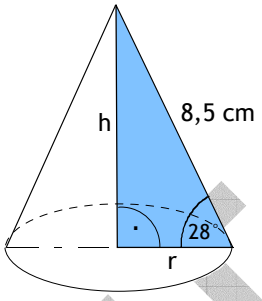
Musterseiten

© Copyright 2011 Mathematik-Verlag, www.matheverlag.com

Lösungen zum Übungsteil: 2. Stereometrie

Aufgabe 4:

Das Volumen des Kegels:



Für das Kegelvolumen gilt: $V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$

Für den Radius r gilt: $\cos 28^\circ = \frac{r}{8,5} \Rightarrow$ **r = 7,51 cm**

Für die Höhe h gilt: $\sin 28^\circ = \frac{h}{8,5} \Rightarrow$ **h = 4,0 cm**

Damit ergibt sich: **V = 236,25 cm³**

Aufgabe 5:

Berechnung der Mantellinie s:

Aus $u = 2\pi \cdot r$ folgt mit u = 45,8 cm: **r = 7,29 cm**

Aus $O = \pi \cdot r \cdot (r + s)$ folgt mit O = 346 cm² und r = 7,29 cm: **s = 7,82 cm**

Berechnung des Volumens V:

Für das Kegelvolumen gilt: $V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$

Für die Höhe h gilt: $h = \sqrt{s^2 - r^2}$

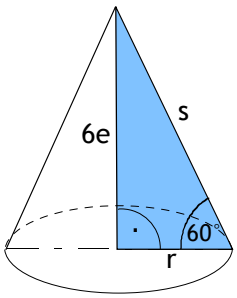
Mit den obigen Werten erhält man: **h = 2,83 cm**

Damit ergibt sich für das Volumen: **V = 157,50 cm³**

Aufgabe 6:

Für den Mantel gilt die Formel: $M = \pi \cdot r \cdot s$

Berechnung des Radius' r in Abhängigkeit von e:



Es gilt: $\tan 60^\circ = \frac{6e}{r} \Rightarrow r = \frac{6e}{\tan 60^\circ}$

Und mit $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ erhält man: $\mathbf{r = \frac{6e}{\sqrt{3}} = \frac{6e \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = 2e\sqrt{3}}$

Berechnung der Mantellinie s in Abhängigkeit von e:

Es gilt: $\sin 60^\circ = \frac{6e}{s} \Rightarrow s = \frac{6e}{\sin 60^\circ}$

Musterseiten

© Copyright 2011 Mathematik-Verlag, www.matheverlag.com

Lösungen zum Übungsteil: 2. Stereometrie

Und mit $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ erhält man: $s = \frac{6e}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$\Leftrightarrow \quad s = \frac{12e}{\sqrt{3}}$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{s = 4e\sqrt{3}}$

Durch Einsetzen von $\mathbf{r = 2e\sqrt{3}}$ und $\mathbf{s = 4e\sqrt{3}}$ in die Formel $M = \pi \cdot r \cdot s$ erhält man:

$M = \pi \cdot 2e\sqrt{3} \cdot 4e\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{M = 24\,\pi\,e^2}$ Was zu beweisen war.

Aufgabe 7:

Für die Oberfläche der Halbkugel O_{HK} gilt: $O_{HK} = 3\,\pi\,r_{Ku}^2$, mit dem Kugelradius r_{Ku}.

→ Berechnung des Kugelradius' r_{Ku} :

Den Kugelradius kann man mit der Vorgabe berechnen, dass die Halbkugel das gleiche Volumen wie der Kegel haben soll: $V_{Kugel} = V_{Kegel}$

Mit den entsprechenden Formel folgt: (mit dem Kegelradius r_{Ke} und der Kegelhöhe h)

$\Leftrightarrow \quad \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r_{Ku}^3 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_{Ke}^2 \cdot h \quad | : \frac{2}{3}\pi$

$\Leftrightarrow \quad r_{Ku}^3 = \frac{1}{2} r_{Ke}^2 \cdot h \quad | \sqrt[3]{\ }$

$\Leftrightarrow \quad r_{Ku} = \sqrt[3]{\frac{1}{2} r_{Ke}^2 \cdot h}$

Da die Kegelhöhe h gegeben ist (h = 15 cm), muss man noch den Kegelradius r_{Ke} berechnen.

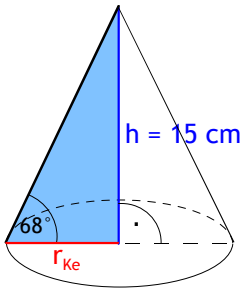
→ Berechnung des Kegelradius' r_{Ke} :

Der Kegelradius kann mit der Tangensfunktion berechnet werden. Im markierten Dreieck gilt:

$\tan 68° = \frac{15}{r_{Ke}} \quad | \cdot r_{Ke}$

$\Leftrightarrow \quad r_{Ke} \cdot \tan 68° = 15 \quad | : \tan 68°$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{r_{Ke} = 6{,}06\ cm}$



Mit h = 15 cm und r_{Ke} = 6,06 cm folgt für den Kugelradius $r_{Ku} = \sqrt[3]{\frac{1}{2} r_{Ke}^2 \cdot h}$: $\mathbf{r_{Ku} = 6{,}51\ cm}$

Und damit ergibt sich durch Einsetzen in $O_{HK} = 3\pi r_{Ku}^2$ für die Oberfläche der Halbkugel:

$\underline{\mathbf{O_{HK} = 399{,}42\ cm^2}}$

Musterseiten

© Copyright 2011 Mathematik-Verlag, www.matheverlag.com

Lösungen zum Übungsteil: 2. Stereometrie

Aufgabe 8:

Für das Volumen eines Zylinders gilt: $V_Z = \pi \cdot r^2 \cdot h_Z$

Da der Radius r = 6 cm bekannt ist, benötigt man zur Berechnung von h_Z noch das Volumen V_Z. Da V_Z gleich groß sein soll wie das Kegelvolumen, benötigt man also das *Kegel*volumen. (Hinweis: Weil der Kegel und der Zylinder die gleiche Grundfläche haben, haben sie auch den gleichen Radius.)

→ Berechnung des Kegel- bzw. Zylindervolumens:

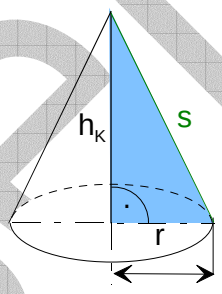
Für das Kegelvolumen V_K gilt: $V_K = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h_K$. Mit r = 6 cm: $V_K = \frac{1}{3}\pi \cdot 36 \cdot h_K$

h_K ist die Höhe des Kegels, die man mithilfe des Satzes von Pythagoras berechnen kann.
Im Dreieck ABC gilt:

$h_K^2 = s^2 - r^2$

$\Leftrightarrow \quad h_K^2 = s^2 - 36 \quad | \ \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow \quad h_K = \sqrt{s^2 - 36}$



Die Größe von s muss man schließlich über die vorgegebene Mantelfläche M = 225 cm^2 berechnen.

→ Berechnung der Seitenlinie s:

Mit der Formel $M = \pi \cdot r \cdot s$ erhält man durch Einsetzen der bekannten Werte:

$225 = \pi \cdot 6 \cdot s \quad | \ :(\pi \cdot 6)$

$\Leftrightarrow \quad 11{,}94 = s$ bzw. **s = 11,94 cm**

Damit folgt für $h_K = \sqrt{s^2 - 36}$: **h_K = 10,32 cm**

Mit h_K = 10,32 cm erhält man nun auch das Kegel- bzw. Zylindervolumen:

$V_K = \frac{1}{3}\pi \cdot 36 \cdot 10{,}32 =$ **389,05 cm^3** bzw. **V_Z = 389,05 cm^3**

Die gesuchte Zylinderhöhe h_z kann man schließlich durch Einsetzen von r = 6 cm und V_Z = 389,05 cm^3 in die Formel $V_Z = \pi \cdot r^2 \cdot h_Z$ berechnen:

$389{,}05 = \pi \cdot 36 \cdot h_Z \quad | \ :(\pi \cdot 36)$

$\Leftrightarrow \quad 3{,}44 = h_Z$ bzw. **h_Z = 3,44 cm**

Musterseiten

© Copyright 2011 Mathematik-Verlag, www.matheverlag.com

Lösungen zum Übungsteil: 2. Stereometrie

2.2. Quadratische Pyramide:

Aufgabe 1:

Berechnung der Grundkante a:

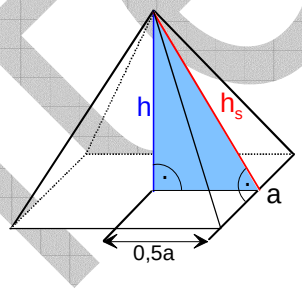
Mit der Seitenhöhe $h_s = 7{,}5$ cm und der Formel $M = 2a \cdot h_s$ folgt: **a = 6,39 cm**

Berechnung des Volumens V:

Es gilt: $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$

Die Höhe h kann mit dem Satz des Pythagoras berechnet werden.

Es gilt: $h = \sqrt{h_s^2 - (0{,}5a)^2}$



Mit $h_s = 7{,}5$ cm und a = 6,39 cm erhält man: **h = 6,79 cm**

Damit folgt für das Volumen: **V = 92,42 cm³**

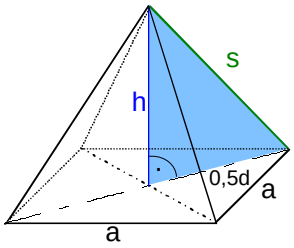
Aufgabe 2:

Berechnung des Volumens V:

Es gilt: $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$

Die Höhe h kann mit dem Satz des Pythagoras berechnet werden.

Es gilt: $h = \sqrt{s^2 - (0{,}5d)^2}$



Für die Diagonale d gilt: $d = a\sqrt{2}$

Mit a = 12,8 cm folgt: $d = 12{,}8\sqrt{2} = 18{,}1$ cm

Mit s = 15,9 cm erhält man somit: **h = 13,07 cm**

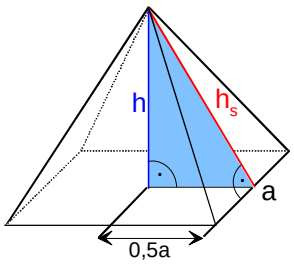
Damit folgt für das Volumen: **V = 713,80 cm³**

Berechnung der Oberfläche O:

Es gilt: $O = a^2 + 2a \cdot h_s$

Die Seitenhöhe h_s kann mit dem Satz des Pythagoras berechnet werden.

Es gilt: $h_s = \sqrt{h^2 + (0{,}5a)^2}$



Mit h = 13,07 cm und a = 12,8 cm erhält man: **h_s = 14,55 cm**

Damit ergibt sich für die Oberfläche: **O = 536,32 cm²**

Ende der Musterseiten zu den Lösungen zum Übungsteil.

(Die Original-Datei umfasst 61 Seiten.)

Musterseiten

© Copyright 2011 Mathematik-Verlag, www.matheverlag.com