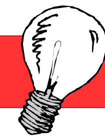
Inhalt der Lösungen zur Musterprüfung 6:



Teil A_1 und A_2 - Pflichtteil:

Teil B - Wahlteil:

Lösungen zur Musterprüfung 6: Teil A1

Teil A1 - Aufgabe 1:

Es gilt: $\frac{\sqrt{125a^2}}{\sqrt{10}} = \frac{a\cdot\sqrt{125}}{\sqrt{10}} = a\cdot\sqrt{\frac{125}{10}} = a\cdot\sqrt{\frac{25}{2}} = 5a\cdot\sqrt{\frac{1}{2}} = 5a\cdot\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} = 5a\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$

(Hinweis: Kürzen von $\frac{125}{10}$ mit 5 ergibt $\frac{25}{2}$.)

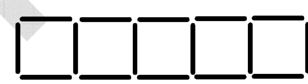
Rationalmachen des Nenners in $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ergibt: $5a\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} = 5a\cdot\frac{1\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = 5a\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 5a\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \mathbf{\frac{5}{2}a\sqrt{2}}$

Was zu zeigen war.

Teil A1 - Aufgabe 2:

Anzahl der Streichhölzer für 5 Quadrate:

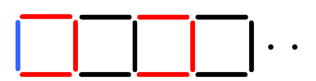
Die Anzahl der Streichhölzer für 5 Quadrate kann leicht durch Abzählen bestimmt werden. Man erhält: **16 Streichhölzer**



Figur 1

Der Term für die Anzahl der Streichhölzer für n Quadrate:

Zunächst lege man in Gedanken nur ein Streichholz hin; siehe blauer Strich in nebenstehender Zeichnung. Für jedes Quadrat, das man dann an das erste Streichholz anfügen will, benötigt man 3 Streichhölzer. Diese Streichhölzer sind abwechselnd rot und schwarz gekennzeichnet.



Figur 2

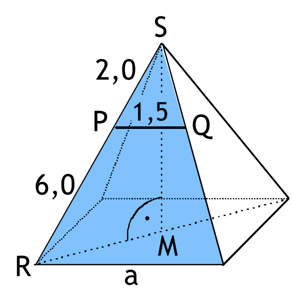
Somit gilt für die Anzahl Z_n für n Quadrate: $\mathbf{Z_n = 1 + 3n}$

(Hinweis: Für n = 5 erhält man das obige Ergebnis: $Z_5 = 1 + 15 = 16$)

Teil A1 - Aufgabe 3:

Berechnung der Längen a, $\overline{RM}$ und h:

• Die **Länge a** kann in der Strahlensatzfigur (siehe Figur 3) mit dem zweiten Strahlensatz berechnet werden. Darin gilt:



Figur 3

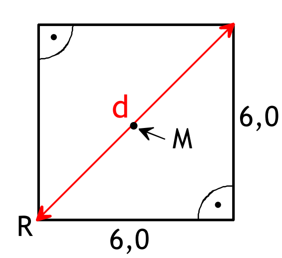
$$\frac{a}{1,5} = \frac{6,0+2,0}{2,0}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{a}{1,5} = \frac{8,0}{2,0}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{a}{1,5} = 4 \quad | \cdot 1,5$$

$$\Leftrightarrow \quad \mathbf{a = 6,0\ cm}$$

• Die **Strecke $\overline{RM}$** ist die Hälfte der Diagonale d der quadratischen Grundfläche mit der Seitenlänge a = 6,0 cm (siehe Figur 4).



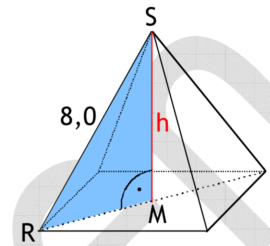
Figur 4

Mit der Formel $d = a\sqrt{2}$ erhält man: $d = 6\sqrt{2}$

Aus $\overline{RM} = 0,5d$ folgt: $\mathbf{\overline{RM} = 3\sqrt{2}}$

Lösungen zur Musterprüfung 6: Teil A1

• Die **Pyramidenhöhe h** kann mit dem Satz des Pythagoras in dem markierten Dreieck der Figur 5 berechnet werden. Darin gilt: $\overline{RM}^2 + h^2 = 8{,}0^2$



Figur 5

Mit $\overline{RM} = 3\sqrt{2}$ folgt:

$(3\sqrt{2})^2 + h^2 = 8{,}0^2$

$\Leftrightarrow \quad 9 \cdot 2 + h^2 = 64$

$\Leftrightarrow \quad 18 + h^2 = 64 \quad | \; -18$

$\Leftrightarrow \quad h^2 = 46 \quad | \; \sqrt{}$

$\Rightarrow \quad \mathbf{h = \sqrt{46}}$

Teil A1 - Aufgabe 4:

Die Wahrscheinlichkeit, dass jede Position des Reißnagels einmal vorkommt:

Die beiden Ausgänge, die zu dem Ereignis E „*Jede Position kommt einmal vor.*" gehören, sind (A; B) und (B; A). Darin bedeutet „(A; B)", dass der Reißnagel zuerst seitlich (A) landet und dann beim zweiten Wurf auf der runden Fläche (B). Beim Ausgang „(B; A)" ist es gerade umgekehrt.

Mit der Produktregel erhält man: $P(A;\,B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$ und $P(B;\,A) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$

Mit der Summenregel erhält man für die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E:

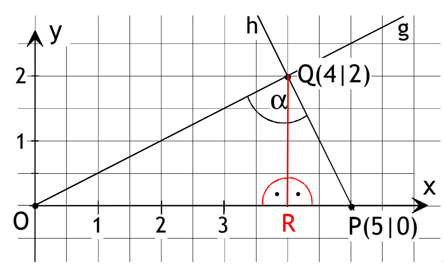
$\mathbf{P(E)} = P(A;\,B) + P(B;\,A) = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \mathbf{\frac{4}{9}}$

Ergebnis: Die Wahrscheinlichkeit, dass beim zweimaligen Werfen des Reißnagels jede Position einmal vorkommt, ist $\mathbf{P(E)} = \mathbf{\frac{4}{9}}$.

Teil A1 - Aufgabe 5:

Der Nachweis, dass das Dreieck OPQ rechtwinklig ist:

Wenn das Dreieck OPQ rechtwinklig sein soll mit $\alpha = 90°$, muss der Satz des Pythagoras gelten (siehe Figur 5): $\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2 = \overline{OP}^2$



Figur 5

Die Strecke $\overline{OP}$ ist $\mathbf{\overline{OP} = 5}$.

Die Strecken $\overline{OQ}$ und $\overline{PQ}$ können mit dem Satz des Pythagoras jeweils in den Dreicken ORQ und RPQ berechnet werden (siehe Figur 5). Man erhält:

$\overline{OQ}^2 = 4^2 + 2^2 = 20 \;\Rightarrow\; \mathbf{\overline{OQ}} = \sqrt{20}$

$\overline{PQ}^2 = 1^2 + 2^2 = 5 \;\Rightarrow\; \mathbf{\overline{PQ}} = \sqrt{5}$

Einsetzen von $\overline{OQ} = \sqrt{20}$, $\overline{PQ} = \sqrt{5}$ und $\overline{OP} = 5$ in $\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2 = \overline{OP}^2$ ergibt:

$\sqrt{20}^2 + \sqrt{5}^2 = 5^2 \;\Leftrightarrow\; 20 + 5 = 25$

Das ist eine wahre Aussage. Somit gilt im Dreieck OPQ der Satz des Pythagoras. Das Dreieck OPQ ist also rechtwinklig mit $\alpha = 90°$. **Was zu zeigen war.**

Lösungen zur Musterprüfung 6: Teil A1

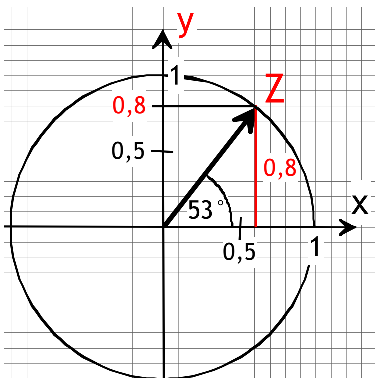
Teil A1 - Aufgabe 6:

Der Wert von sin 53° und ein weiterer Winkel α mit sin α = sin 53°:

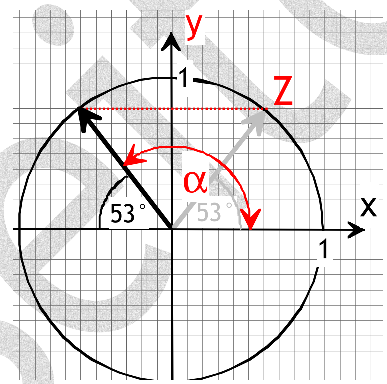
- Der Wert von sin 53° ist die **y**-Koordinate der Zeigerspitze **Z** im Einheitskreis (siehe Figur 6). Wie man im Einheitskreis ablesen kann, gilt: **sin 53° ≈ 0,8**

- Einen weiteren Winkel α mit sin α = sin 53° erhält man, indem man im Einheitskreis den Zeiger des Winkels 53° an der y-Achse spiegelt (siehe Figur 7). Aus Symmetriegründen muss dann gelten:

α = 180° – 53° = 127°. Der weitere Winkel α mit sin α = sin 53° ist also **α = 127°**.



Figur 6



Figur 7

Teil A1 - Aufgabe 7:

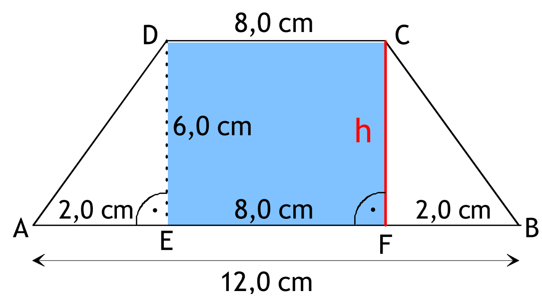
Der Flächeninhalt des Trapezes ABCD:

Um den Flächeninhalt des gleichschenkligen Trapezes ABCD zu berechnen, sollte man zuerst die Höhe h auch von der Ecke C aus auf die Grundseite AB einzeichnen (siehe Figur 8). Das Trapez besteht dann aus dem Rechteck EFCD und den beiden kongruenten Dreiecken AED und FBC.

Aus $\overline{AE}$ + 8,0 cm + $\overline{FB}$ = 12,0 cm und $\overline{AE}$ = $\overline{FB}$ folgt:

$\overline{AE}$ = 2,0 cm und $\overline{FB}$ = 2,0 cm

(Hinweis: $\overline{AE}$ = $\overline{FB}$ gilt deshalb, weil das Trapez ABCD *gleichschenklig* ist.)



Figur 8

Damit erhält man folgende Flächeninhalte:

$A_{AED} = \frac{1}{2} \cdot 2{,}0 \cdot 6{,}0 = 6{,}0\ cm^2$ und $A_{FBC} = \frac{1}{2} \cdot 2{,}0 \cdot 6{,}0 = 6{,}0\ cm^2$;

$A_{EFCD} = 8{,}0 \cdot 6{,}0 = 48{,}0\ cm^2$

Das Trapez ABCD hat somit den Flächeninhalt:

$A_{ABCD} = 6{,}0\ cm^2 + 48{,}0\ cm^2 + 6{,}0\ cm^2 = \mathbf{60{,}0\ cm^2}$

Ergebnis: Das Trapez ABCD hat den Flächeninhalt **A_{ABCD} = 60,0 cm²**.

